NGHIÊN CỨU TOÁN HỌC TRONG KỶ NGUYÊN TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

TRẦN THỊ NGỌC
Trường Đại học Công nghệ Đông Á

Nhận bài ngày 30/9/2026. Sửa chữa xong 01/11/2026. Duyệt đăng 06/11/2026.

Abstract

The rapid development of artificial intelligence, particularly large language models and reasoning-capable systems, is transforming scientific research across numerous disciplines, including mathematics. Whereas computers were previously used primarily for calculation, simulation, and verification, contemporary AI systems can support knowledge retrieval, document analysis, problem identification, problem-solving, proof generation, and the exploration of new mathematical structures. This article examines changes in mathematical research before and after the emergence of AI. Rather than asking whether AI can replace mathematicians, it considers AI a new participant in the research process and explores how mathematical research methods may change when AI contributes to information retrieval, experimentation, reasoning, and discovery. The article proposes a future model in which humans define problems, develop ideas, evaluate significance, and generalize findings; AI supports information searches, experimentation, idea generation, and the development of proof strategies; and formal proof systems undertake verification and validation.

Keywords: *Artificial intelligence, mathematical discovery, mathematical proof, mathematical reasoning, mathematical research.*

1. Đặt vấn đề

Toán học là một ngành khoa học lâu đời, đã trải qua hàng nghìn năm phát triển. Ban đầu, chỉ là các con số với các phép tính đơn giản như cộng, trừ, nhân, chia. Ngày nay, toán học đã chia thành rất nhiều nhánh khác nhau phục vụ cho nhiều lĩnh vực khoa học và sự phát triển của xã hội. Sự xuất hiện của các công nghệ mới cũng thúc đẩy sự phát triển toán học, ví dụ: máy tính đã giúp tăng nhanh tốc độ tính toán; các phần mềm toán học giúp ta dễ dàng biểu diễn các công thức, hình học, khảo sát những bài toán mà việc xử lý bằng tay gần như không thực hiện được hoặc tốn rất nhiều công sức; sự xuất hiện của mạng internet giúp chúng ta dễ dàng tiếp cận hơn với tài liệu, kiến thức mới và trao đổi toán học. Các công nghệ này hoạt động hoàn toàn dựa trên kiến thức toán học con người tạo ra và con người đã xác định sẵn vấn đề để cho nó thực hiện. Gần đây, sự xuất hiện của trí tuệ nhân tạo đang tạo nên một sự thay đổi hoàn toàn khác so với các công nghệ trước. AI không chỉ có thể tìm kiếm kiến thức toán học, rút ngắn thời gian xử lý dữ liệu… mà nó còn có khả năng đọc hiểu các tài liệu toán học, giao tiếp toán học với con người bằng ngôn ngữ tự nhiên, đề xuất ý tưởng toán học, thậm chí còn có thể tự chứng minh những vấn đề mới của toán học. Điều này cho thấy AI hiện nay không chỉ là một công cụ tính toán mà nó còn là công cụ hỗ trợ suy luận và khám phá (Ahn et al., 2024; Wang et al., 2025). Hiện nay, Open AI đã đưa ra 722 bản thảo lời giải cho 372 bài toán lớn, trong đó có lời giải của bài toán về sự tồn tại nghiệm trơn cho phương trình Navier-Stokes (một trong bảy bài toán Thiên niên kỷ nổi tiếng của Viện Clay, treo thưởng lên tới 1 triệu đôla). Mặc dù, tính đúng đắn của các lời giải chưa được kiểm chứng, nhưng đây là một sự kiện lớn có tác động mạnh mẽ tới các nhà toán học bởi những bài toán này vốn là biểu tượng cho giới hạn năng lực nghiên cứu toán học của con người. Từ đây đặt ra câu hỏi, khi trí tuệ nhân tạo càng phát triển, con người sẽ đóng vai trò gì trong quá trình nghiên cứu toán học?

2. Nghiên cứu toán học trước khi AI xuất hiện

Trước khi AI trở thành một công cụ phổ biến, nghiên cứu toán học chủ yếu được dựa vào trí tuệ của nhà toán

Email: ngoctt@eaut.edu.vn

học kết hợp với các tài liệu tham khảo (như sách, bài báo), trao đổi học thuật và các công cụ tính toán. Quá trình nghiên cứu lúc này có thể chia thành các bước như sau: Đặt bài toán → khảo sát → dự đoán → lấy ví dụ hoặc phản ví dụ → lựa chọn phương pháp → chứng minh → tổng quát hóa. Trên thực tế, quá trình có thể thay đổi đôi chút. Ví dụ, nhà toán học có thể bắt đầu từ một định lý có sẵn, sau đó tìm một ví dụ đặc biệt, từ ví dụ này xuất hiện một ý tưởng mới; ý tưởng mới này có thể bị bác bỏ bởi một phản ví dụ; tuy nhiên phản ví dụ lại tiếp tục đưa đến các ý tưởng khác. Đôi khi vào thời điểm ban đầu, một mệnh đề đã chứng minh được chỉ được coi là công cụ trung gian để đưa đến định lý chính, cuối cùng lại trở thành kết quả độc lập có nghĩa toán học cụ thể.

Điểm quan trọng của nghiên cứu toán học trước khi AI xuất hiện là khả năng "nhận ra cấu trúc toán học". Ví dụ, khi nghiên cứu một phương trình đạo hàm riêng, thông thường người ta quan tâm đến sự tồn tại nghiệm cổ điển. Tuy nhiên, để dễ tiếp cận, các nhà toán học có thể bắt đầu nghiên cứu từ các lớp nghiệm tổng quát hơn, mở rộng sang các không gian hàm khác nhau đặc biệt là trong các không gian tới hạn, nghiên cứu các điều kiện bảo đảm tính duy nhất và tính ổn định của nghiệm, mở rộng các kết quả đã có từ không gian Euclid sang đa tạp Riemann… Những vấn đề toán học này không phải ngẫu nhiên xuất hiện trong ý tưởng của các nhà toán học. Chúng hình thành qua quá trình đọc tài liệu, trao đổi kiến thức, so sánh các trường hợp, thử nghiệm, suy luận và xây dựng trực giác. Có thể nói, nghiên cứu toán học truyền thống là một quá trình mà trong đó con người thực hiện toàn bộ việc xác định vấn đề, tìm phương pháp chứng minh và đánh giá kết quả.

Khi máy tính xuất hiện, quá trình này đã có sự thay đổi đáng kể. Máy tính làm giảm thời gian thực hiện các phép tính, khảo sát nhiều trường hợp và mô phỏng những hiện tượng phức tạp. Các phần mềm máy tính cho phép nhà toán học thực hiện những phép biến đổi phức tạp, tính toán số mà trước đây phải làm bằng tay. Sử dụng tính toán số giúp nhà toán học tìm được các nghiệm gần đúng để đưa ra các nhận định về nghiệm của phương trình. Các kho tài liệu phong phú và sự phát triển của mạng internet giúp các nhà toán học dễ dàng tiếp cận các công trình nghiên cứu mới; trao đổi và hợp tác nghiên cứu không chỉ trong các nhóm nhỏ mà vươn ra toàn cầu… Tuy nhiên, máy tính xuất hiện thì hoạt động trí tuệ mang tính định hướng vẫn thuộc về con người: tự tìm kiếm các ví dụ, tự phát hiện phản ví dụ, tự đưa ra phỏng đoán và tự lựa chọn phương pháp chứng minh.

3. Nghiên cứu toán học trong kỷ nguyên AI thay đổi như thế nào?

Nếu máy tính truyền thống chủ yếu mở rộng năng lực tính toán, thì AI có thể mở rộng thêm năng lực tìm kiếm, đặc biệt hơn là khả năng xử lý thông tin và đề xuất ý tưởng cho nhà nghiên cứu.

3.1. Vai trò của AI trong nghiên cứu toán học

3.1.1. AI là một trợ lý nghiên cứu

Trong quá trình nghiên cứu, các nhà toán học thường phải đọc một lượng lớn tài liệu tham khảo. Một vấn đề toán học có thể liên quan đến nhiều công trình, nhiều khái niệm và nhiều kết quả thuộc các nhánh khác nhau. AI là trợ lý đắc lực hỗ trợ nhà toán học tìm kiếm, tổng hợp và giải thích các thông tin này. Các khảo sát gần đây về mô hình ngôn ngữ lớn trong suy luận toán học cho thấy AI đã thực hiện được nhiều loại nhiệm vụ, từ giải bài toán số học đến giải thích kí hiệu, chứng minh định lý và các nhiệm vụ toán học phức tạp hơn (Ahn et al., 2024; Wang et al., 2025). Nhờ sự trợ giúp của AI, nhà toán học có thể rút ngắn khá nhiều thời gian cho các bước đầu tiên của đề tài, dễ dàng bao quát được tình hình nghiên cứu trong nước và trên thế giới, các nhánh học thuật khác nhau… Tuy nhiên, chúng ta không thể tin tưởng hoàn toàn vào những kết quả mà AI đưa ra. Trong quá trình thực hiện nhiệm vụ, AI vẫn mắc rất nhiều lỗi, thậm chí các lỗi đơn giản như tính toán sai, trích dẫn tài liệu không tồn tại, nội dung trích dẫn sai so với nội dung của công trình, sử dụng không đúng các điều kiện của định lý… Đối với toán học, đây là điểm đặc biệt quan trọng bởi chỉ một sai khác nhỏ trong giả thiết cũng có thể làm thay đổi hoàn toàn kết quả của bài toán.

3.1.2. AI hỗ trợ thử nghiệm, kiểm tra các trường hợp cụ thể

Thông thường, các nhà toán học phải tự tìm tòi, phân chia các trường hợp và chứng minh nhận định trong từng trường hợp. Đôi lúc, sự phân chia này chưa bao quát được hết các khả năng có thể xảy ra. AI có thể đề xuất các cách phân chia hợp lý hơn, có thể đưa ra phản ví dụ để nhà toán học tham khảo, tránh tập trung vào những ý tưởng chưa đúng. Điều này mang lại ý nghĩa sâu sắc khi không gian nghiên cứu lớn, giúp các nhà toán học giảm chi phí, thời gian cho quá trình thử nghiệm.

3.1.3. AI hỗ trợ hình thành và chứng minh giả thuyết

Một lĩnh vực phát triển nhanh là sử dụng AI để hỗ trợ hình thành và chứng minh các giả thuyết toán học. Các mô hình ngôn ngữ có thể khơi gợi ý tưởng, hình thành các giả thuyết, đưa ra các bước lập luận, đề xuất bổ đề hoặc tìm cách chuyển một bài toán mới về một bài toán đã biết (Ahn et al., 2024; Wang et al., 2025). Cùng với sự phát triển của trí tuệ nhân tạo, phần mềm Lean càng trở lên hữu ích. Lean giúp chúng ta có thể kiểm tra xem một chứng minh có phù hợp về mặt lôgic toán học không; nếu sai, phần mềm này sẽ chỉ ra giúp chúng ta vị trí sai cụ thể. Các chứng minh do AI tạo ra phải vượt qua cơ chế kiểm tra của hệ thống Lean (Avigad et al., 2025; de Moura & Ullrich, 2021). Trong mô hình này, AI có thể đảm nhận phần tìm kiếm kiến thức trong một không gian rất lớn, đề xuất giả thuyết và cách chứng minh; còn hệ thống hình thức Lean đưa ra một cơ chế kiểm chứng độc lập. Tuy nhiên, các nhà nghiên cứu toán học phát hiện ra rằng AI có thể vượt qua được hệ thống kiểm tra hình thức Lean để tạo ra các chứng minh có vẻ đúng lôgic nhưng thực chất lại sai về mặt toán học.

3.1.4. AI giúp gợi mở, khám phá toán học

Một bước phát triển đáng chú ý hơn nữa là AI bắt đầu được sử dụng trong khám phá toán học, chứ không chỉ giải những bài toán đã có sẵn. Ví dụ, hệ thống AlphaGeometry kết hợp mô hình mạng nơ-ron với bộ suy luận kí hiệu đã giải được 25 trong số 30 bài toán hình học Olympic được sử dụng làm bộ bài kiểm tra chuẩn dùng để đánh giá khả năng của một mô hình AI (Trinh et al., 2024). Hay gần đây nhất, AI đã đưa ra lời giải cho bài toán thiên niên kỷ Navier-Stokes. Hiện nay, AI đã có thể đề xuất các ý tưởng nghiên cứu, gợi mở chứng minh, thậm chí đưa ra chứng minh hoàn chỉnh cho các bài toán; còn các phương pháp kí hiệu và kiểm chứng Lean giúp xác nhận tính đúng đắn. Tuy nhiên, một hệ thống có thể tìm ra một cấu trúc toán học mới dựa trên nguồn tri thức đã có nhưng chưa chắc đã giải thích được tại sao cần cấu trúc toán học đó, ý nghĩa thực tiễn của nó là gì và làm như thế nào để có thể tổng quát hóa. Đây vẫn là một vấn đề quan trọng của AI, bởi mục đích toán học là để phục vụ cho thực tiễn; việc tạo ra nhiều cái mới mà không có giá trị cụ thể, không nâng cao được tầm nhận thức của nhân loại thì không phải là bản chất của nghiên cứu toán học.

3.2. Vai trò của con người trong nghiên cứu

Sự phát triển của AI đặt ra một câu hỏi rất tự nhiên: nếu AI có thể giải bài toán, có thể chứng minh và thậm chí đưa ra kết quả mới, vậy nhà toán học sẽ đóng vai trò gì trong nghiên cứu? Câu trả lời phụ thuộc vào quan điểm của chúng ta về nghiên cứu toán học. Nếu nghiên cứu toán học chỉ được hiểu là giải một bài toán đã được đặt ra, thì AI có thể đảm nhận ngày càng nhiều nhiệm vụ và vai trò của AI ngày càng lớn. Nhưng nếu nghiên cứu toán học được hiểu là quá trình tạo ra tri thức mới, mang lại ý nghĩa thực tiễn cho các lĩnh vực của đời sống xã hội, thì vai trò của con người vẫn rất quan trọng.

3.2.1. Con người xây dựng trực giác toán học và đặt câu hỏi

Một trong những hoạt động khó tự động hóa nhất là lựa chọn vấn đề. Một vấn đề toán học mang tính thời sự, có ý nghĩa thực tiễn cao không phải là một bài toán khó nhất. Nó có thể là một bài toán tương đối đơn giản, rất đỗi quen thuộc nhưng lại có khả năng mở ra một lý thuyết mới. Nhà toán học cần phải đánh giá: vấn đề này có ý nghĩa gì về mặt toán học? Kết quả của nó có khả năng liên hệ tới những lĩnh vực nào? Điều kiện nào trong bài toán là bản chất? Có thể tổng quát hóa kết quả đến đâu? Để trả lời được các câu hỏi, nhà nghiên cứu cần phải có kiến thức, kinh nghiệm, hiểu biết sâu sắc về nhu cầu của xã hội và trực giác toán học.

3.2.2. Con người đánh giá kết quả

AI có thể giúp chúng ta đưa ra một lời giải trong thời gian ngắn, nhìn hình thức rất thuyết phục nhưng thực tế có thể là một lời giải chưa chính xác. Các khảo sát về chủ đề suy luận toán học bằng ngôn ngữ lớn đã cho thấy còn tồn tại khá nhiều sai sót trong các bài chứng minh, khả năng tổng quát hóa và kiểm chứng của AI (Ahn et al., 2024; Wang et al., 2025). Trong toán học, một sai sót nhỏ trong điều kiện hay trong quá trình tính toán cũng đến hậu quả lớn. Ví dụ: để chứng minh tính đặt chỉnh của phương trình Navier-Stokes, không gian hàm là một yếu tố rất quan trọng, tuy nhiên các chứng minh mà AI đưa ra thường luôn đưa về không gian Lebesgue xây dựng trên không gian Euclid thực; khi chứng minh một bất đẳng thức đúng với mọi biến không âm thì AI có thể bỏ qua trường hợp bằng

không; AI không kiểm tra tất cả các điều kiện của định lý đã đúng hay chưa mà đã áp dụng định lý để đưa ra kết quả… Do đó, luôn cần có sự kiểm tra của con người đối với mỗi kết quả do AI tạo ra.

3.2.3. Con người khái quát hóa kết quả

Một vấn đề toán học sau khi đã được chứng minh lại tiếp tục đặt ra những vấn đề mới cho các nhà nghiên cứu. Trong toán học, người ta luôn muốn khái quát hơn những kết quả đã có, muốn mở rộng không gian nghiên cứu, giảm bớt các điều kiện không cần thiết, muốn sử dụng phương pháp đã có để áp dụng cho những nhánh nghiên cứu khác… Ví dụ, khi đã nghiên cứu về phương trình Navier-Stokes xong, các nhà toán học muốn tiếp tục nghiên cứu các phương trình mở rộng hơn như phương trình Navier-Stokes-Voigt, hệ Boussinesq, hệ MHD, hệ Navier-Stokes-khuếch tán-nhiệt, hệ Navier-Stokes-Keller-Segel… hay một chứng minh hoàn chỉnh thường không phải là điểm kết thúc của nghiên cứu. Sau khi chứng minh được một định lý, nhà toán học có thể hỏi: Có thể bỏ bớt giả thiết không? Kết quả có đúng trong một không gian rộng hơn không? Có thể thay thế toán tử bằng một lớp toán tử tổng quát hơn không? Những câu hỏi này thường tạo ra các hướng nghiên cứu mới. Vì vậy, AI có thể làm cho quá trình tìm kiếm nhanh hơn, nhưng chính con người vẫn giữ vai trò quan trọng trong việc biến một kết quả riêng lẻ thành một lý thuyết hoàn chỉnh.

4. Đề xuất phương pháp nghiên cứu toán học trong tương lai

Trong tương lai, AI sẽ tiếp tục phát triển hơn nữa và quá trình nghiên cứu toán học cũng phải thay đổi để phù hợp với xu hướng này. Theo tác giả, vai trò của nhà toán học vẫn rất quan trọng, là chủ thể của quá trình nghiên cứu; còn AI sẽ đóng vai trò hỗ trợ, gợi mở. Có thể hình dung quá trình nghiên cứu toán học trong tương lai như sau: Nhà nghiên cứu dựa vào tình hình thực tiễn, đưa ra vấn đề → AI khảo sát, thực nghiệm, đưa ra gợi ý → Nhà nghiên cứu hình thành giả thuyết, sơ bộ ý tưởng chứng minh → AI đưa ra gợi ý chứng minh → hệ thống Lean kiểm chứng → nhà nghiên cứu kiểm chứng lại và khái quát hóa. Trí tuệ nhân tạo phát triển, tạo nên nhiều cơ hội và cũng nhiều áp lực cho các nhà nghiên cứu toán học. Họ không chỉ cần trang bị các kiến thức toán học chuyên sâu trong một lĩnh vực nhỏ, mà còn phải tìm hiểu thêm các nhánh nghiên cứu khác, biết được sự giao thoa, kết hợp giữa các nhánh nghiên cứu. Hơn nữa, cần trang bị cho bản thân các kĩ năng sử dụng các công nghệ mới, cần khai thác hiệu quả sự hỗ trợ của AI và kiểm tra được các thông tin do AI tạo ra. Việc hiểu sâu sắc các kiến thức nền tảng, phân biệt đúng - sai, phân biệt được vấn đề quan trọng - không quan trọng là những năng lực quan trọng nhất của các nhà toán học trong tương lai.

5. Kết luận

Trí tuệ nhân tạo đang làm thay đổi mạnh mẽ tới cách tiếp cận toán học và nghiên cứu toán học, đặt ra nhiều thách thức cũng như cơ hội trong tương lai. Bản chất toán học không chỉ là giải quyết các bài toán lớn mà thông qua các bài toán lớn đó, đẩy giới hạn hiểu biết của con người sâu hơn ở một lĩnh vực nào đó, nâng tầm kiến thức của nhân loại và mang những tri thức khám phá được áp dụng vào trong các ngành khoa học khác. Hiện nay, các công cụ AI có thể tham gia vào nhiều giai đoạn của nghiên cứu như: tìm kiếm kiến thức, thực nghiệm, mô phỏng, hình thành giả thuyết, hỗ trợ chứng minh, thậm chí xây dựng cấu trúc mới. Tuy nhiên, luôn cần có sự đồng hành của con người trong quá trình phát hiện các vấn đề toán học mang tính thời sự, kiểm tra tính đúng đắn của các chứng minh cho các hệ thống AI tạo ra và áp dụng nó vào từng lĩnh vực cụ thể của xã hội. Trong tương lai, nghiên cứu toán học không phải là một cuộc cạnh tranh mà là sự kết hợp giữa trí tuệ, khả năng sáng tạo của con người và năng lực tìm kiếm, tính toán, chứng minh của AI.

Tài liệu tham khảo

Ahn, J., Verma, R., Lou, R., Liu, D., Zhang, R., & Yin, W. (2024). Large language models for mathematical reasoning: Progresses and challenges. In *Proceedings of the 18th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics: Student Research Workshop* (pp. 225–237). Association for Computational Linguistics. https://doi.org/10.18653/v1/2024.eacl-srw.17.

Avigad, J., de Moura, L., Kong, S., & Ullrich, S. (2025). *Theorem proving in Lean 4*. Lean Community. https://docs.lean-lang.org/theorem_proving_in_lean4/.

de Moura, L., & Ullrich, S. (2021). The Lean 4 theorem prover and programming language. In A. Platzer & G. Sutcliffe (Eds.), *Automated deduction – CADE 28* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 12699, pp. 625–635). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-79876-5_37.

Trinh, T. H., Wu, Y., Le, Q. V., He, H., & Luong, T. (2024). Solving olympiad geometry without human demonstrations. *Nature, 625*, 476–482. https://doi.org/10.1038/s41586-023-06747-5.

Wang, P.-Y., Liu, T.-S., Wang, C., Wang, Y.-D., Yan, S., Jia, C.-X., Liu, X.-H., Chen, X.-W., Xu, J.-C., Li, Z., & Yu, Y. (2025). *A survey on large language models for mathematical reasoning* [Preprint]. arXiv. https://doi.org/10.48550/arXiv.2506.08446.