

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY VÀ LẬP LUẬN TOÁN HỌC THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC” CHO HỌC SINH TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VẠN XUÂN, HÀ NỘI

LÊ ANH TUẤN
Đại học Công nghiệp Hà Nội

Nhận bài ngày 15/6/2026. Sửa chữa xong 30/7/2026. Duyệt đăng 05/8/2026.

Abstract

This article clarifies the theoretical foundations for developing students' mathematical thinking and reasoning competence and proposes a set of pedagogical measures to enhance the effectiveness of competency-based mathematics instruction. Each measure is illustrated with specific examples from the topic of trigonometric relations in triangles, thereby demonstrating how learning activities can be organized and highlighting the teacher's role in guiding the cognitive development of students at Van Xuan High School. The proposed measures adopt an open and flexible approach, allowing them to be adapted to the characteristics of different student groups and the practical conditions of individual educational institutions.

Keywords: High school students, mathematical reasoning competence, mathematical thinking competence, mathematics teaching and learning, trigonometric relations in triangles.

1. Đặt vấn đề

Thời gian gần đây, việc nghiên cứu phát triển năng lực (PTNL) tư duy và lập luận toán học (LLTH) trong dạy học Toán đã thu hút sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu. Tiêu biểu, Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023) đã đề xuất một số biện pháp PTNL tư duy và LLTH cho học sinh (HS) trong dạy học chủ đề Khối đa diện (Toán 12). Phạm Thị Kim Châu và Nguyễn Văn Bé (2023) nghiên cứu việc tổ chức dạy học chủ đề Số và Phép tính (Toán 5) theo định hướng PTNL tư duy và LLTH. Đỗ Văn Hùng và Nguyễn Quyết Chiến (2023) đề xuất ba biện pháp PTNL này thông qua dạy học các dạng toán chuyển động đều (Toán 5). Phạm Huyền Trang và cộng sự (2023) xây dựng quy trình dạy học giải toán nhằm PTNL tư duy và LLTH, minh họa qua nội dung Giảm một số (Toán 3). Những nghiên cứu trên đã góp phần làm rõ cơ sở lý luận và đề xuất nhiều giải pháp có giá trị trong việc PTNL tư duy và LLTH ở các cấp học và nội dung khác nhau. Tuy nhiên, việc nghiên cứu các biện pháp PTNL tư duy và LLTH gắn với từng chủ đề cụ thể trong chương trình Toán phổ thông vẫn còn chưa nhiều, đặc biệt ở cấp trung học phổ thông (THPT). Điều này đặt ra yêu cầu cần tiếp tục nghiên cứu để xây dựng các biện pháp dạy học phù hợp với đặc trưng của từng nội dung góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán và đáp ứng mục tiêu PTNL người học.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm liên quan

Năng lực tư duy và LLTH là khả năng của HS trong việc quan sát, nhận biết và phân tích các đối tượng, mối quan hệ toán học; phát hiện quy luật; sử dụng các hình thức suy luận (quy nạp, diễn dịch, tương tự, phản chứng,...) để hình thành, kiểm chứng và bảo vệ các kết luận toán học một cách logic, chặt chẽ; đồng thời biết giải thích, chứng minh và đánh giá tính đúng đắn của các lập luận trong những tình huống học tập và thực tiễn (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018).

Hệ thức lượng trong tam giác là tập hợp các mối quan hệ toán học giữa các cạnh, góc và các yếu tố

Email: tuansl83@yahoo.com

liên quan của tam giác, được biểu diễn thông qua các công thức lượng giác và hình học nhằm xác định các yếu tố chưa biết của tam giác và giải quyết các bài toán trong toán học cũng như thực tiễn (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2023).

Năng lực tư duy và LLTH cho HS Trường THPT Vạn Xuân thông qua chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” là khả năng của HS THPT trong việc phân tích các mối quan hệ toán học, suy luận và lập luận logic, sử dụng các định lý và hệ thức lượng để chứng minh, giải quyết vấn đề và đánh giá tính đúng đắn của lời giải trong các tình huống học tập và thực tiễn. Khái niệm này phù hợp với định hướng PTNL của Chương trình Giáo dục phổ thông (GDPT) môn Toán 2018, trong đó năng lực tư duy và LLTH được xem là một trong năm năng lực toán học cốt lõi cần hình thành và phát triển cho HS.

Năng lực tư duy và LLTH cho HS Trường THPT Vạn Xuân gồm các biểu hiện sau: - Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt phát hiện được sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lý giải được kết quả của việc quan sát; - Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; - Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.

Nghiên cứu này sử dụng các phương pháp lý thuyết nghiên cứu; Quan sát thực tế; Phỏng vấn sâu giáo viên (GV) và HS Trường THPT Vạn Xuân. Phạm vi nghiên cứu: Toán lớp 10 dành cho HS Trường THPT Vạn Xuân được thực hiện từ tháng 8 năm 2024 đến tháng 8 năm 2025.

2.2. Biểu hiện năng lực tư duy và lập luận toán học của học sinh Trường Trung học phổ thông Vạn Xuân trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

Theo Chương trình GDPT môn Toán 2018, chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10) hướng đến việc giúp HS đạt được các yêu cầu sau: nhận biết và tính được giá trị lượng giác của các góc từ (từ 00 đến 1800); giải thích được mối quan hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau; hiểu và vận dụng các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác như định lý Côsin, định lý Sin và công thức tính diện tích tam giác; đồng thời mô tả được quy trình giải tam giác và vận dụng kiến thức để giải quyết một số bài toán gần với thực tiễn (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018).

Trên cơ sở các yêu cầu cần đạt của chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”, kết hợp với khái niệm và các biểu hiện của năng lực tư duy và LLTH ở HS THPT, chúng tôi đề xuất một số biểu hiện cụ thể của năng lực này trong quá trình dạy học chủ đề trên được trình bày ở bảng 1.

Bảng 1: Biểu hiện tư duy và LLTH của HS THPT và biểu hiện năng lực tư duy và LLTH của HS THPT trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

Các biểu hiện năng lực tư duy và LLTH của HS THPT	Các biểu hiện năng lực tư duy và LLTH của HS THPT trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”
Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt phát hiện được sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lý giải được kết quả của việc quan sát.	Thiết lập được mối quan hệ giữa các yếu tố của tam giác (các cạnh, góc, đường cao, trung tuyến, bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp). Thực hiện được các thao tác phân tích, tổng hợp, đặc biệt hóa, khái quát hóa, trừu tượng hóa để xây dựng mối liên hệ giữa các đại lượng trong tam giác thông qua các định lý (định lý Sin, định lý Cosin, các công thức tính diện tích,...) cũng như giải các bài toán.
Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề.	Sử dụng được các phương pháp lập luận quy nạp và suy diễn trong các dạng toán về hệ thức lượng: - Tìm, xác định các yếu tố của tam giác; - Thiết lập, biến đổi, chứng minh các hệ thức lượng; - Giải các bài toán về tính cạnh, góc, hoặc diện tích của tam giác.
Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.	- Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết các bài toán về chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác. - Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện khi giải các bài toán chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác.

2.3. Biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh Trường Trung học phổ thông Vạn Xuân trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

2.3.1. Rèn luyện cho học sinh Trường Trung học phổ thông Vạn Xuân thao tác tư duy so sánh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

Mục đích của biện pháp: Biện pháp được xây dựng giúp HS hiểu bản chất và nhận diện được mối quan hệ giữa các yếu tố của tam giác (cạnh, góc), đồng thời làm rõ sự liên thông giữa các định lý và công thức trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác như định lý Sin, định lý Cosin, công thức Heron, công thức tính diện tích theo hai cạnh và góc xen giữa,... Trên cơ sở đó, HS từng bước hình thành và phát triển tư duy so sánh, phân tích, tổng hợp, khái quát hóa và lựa chọn phương pháp giải tối ưu cho từng bài toán. Thông qua quá trình tổ chức các hoạt động học tập, biện pháp này tạo nhiều cơ hội để HS phát triển các biểu hiện 1 và 2 của năng lực tư duy và lập luận toán học.

Cách thức thực hiện biện pháp: So sánh là thao tác tư duy quan trọng giúp HS nhận diện điểm giống, khác và mối liên hệ giữa các đối tượng toán học, từ đó hiểu bản chất kiến thức thay vì chỉ ghi nhớ máy móc. Theo Polya (1997), so sánh được thực hiện thông qua việc phân tích, đối chiếu và tổng hợp các đặc điểm của đối tượng, đồng thời gắn với các thao tác như khái quát hóa và trừu tượng hóa. Trong dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác, GV cần tổ chức cho HS so sánh các định lý, công thức và phương pháp giải (như định lý Sin với định lý Cosin, các công thức tính diện tích tam giác) để làm rõ điều kiện áp dụng, ưu điểm và hạn chế của từng kiến thức.

Giáo viên tổ chức các hoạt động học tập theo hướng khám phá, trong đó HS giữ vai trò chủ thể của quá trình nhận thức. Trước hết, giáo viên (GV) lựa chọn các định lý, công thức, phương pháp giải hoặc dạng toán có mối liên hệ để HS so sánh, chẳng hạn như định lý Sin và Cosin, công thức Heron và công thức tính diện tích theo hai cạnh và góc xen giữa. Tiếp theo, HS xác định các tiêu chí so sánh như giả thiết, kết luận, điều kiện áp dụng, mối quan hệ giữa các đại lượng, ưu điểm và hạn chế của từng phương pháp. Dựa trên các tiêu chí đó, HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm để phân tích, đối chiếu, chỉ ra điểm giống, khác và giải thích nguyên nhân dưới sự định hướng bằng hệ thống câu hỏi gợi mở của GV. Sau khi trình bày, trao đổi và phản biện kết quả, GV tổng hợp, chuẩn hóa kiến thức, chỉ ra mối liên hệ giữa các nội dung và hướng dẫn HS hệ thống hóa bằng sơ đồ hoặc bảng tổng hợp.

Ví dụ minh họa: Để giúp HS nhận thức sâu sắc mối quan hệ giữa các hệ thức lượng trong tam giác, GV có thể tổ chức hoạt động so sánh định lý Sin và định lý Cosin, từ đó giúp HS xác định được đặc điểm, phạm vi áp dụng cũng như lựa chọn định lý phù hợp trong quá trình giải quyết các bài toán.

Trước hết, GV yêu cầu HS nhắc lại nội dung của hai định lý. Đối với định lý Sin, trong tam giác có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Đối với định lý Cosin, trong tam giác ABC có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A ;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B ;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Sau khi ôn lại hai định lý, GV hướng dẫn HS xác định các tiêu chí so sánh như: công thức, mối quan hệ giữa cạnh và góc, điều kiện áp dụng, dạng toán và ý nghĩa hình học. Dựa trên các tiêu chí này, HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm để phân tích, đối chiếu và trình bày kết quả bằng bảng hoặc sơ đồ; sau đó GV nhận xét, chuẩn hóa kiến thức và khái quát kết luận. Qua hoạt động, HS nhận ra định lý Sin và định lý Cosin đều mô tả mối quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác nhưng có phạm vi áp dụng khác nhau: định lý Sin phù hợp khi biết một cặp cạnh - góc đối diện, còn định lý Cosin hiệu quả khi biết hai cạnh và góc xen giữa hoặc ba cạnh. Nhờ đó, HS không chỉ ghi nhớ công thức mà còn biết lựa chọn định lý phù hợp với từng dạng toán; phát triển các thao tác tư duy như phân tích, so sánh, khái quát hóa, lập luận và ra quyết định.

Kết quả phỏng vấn sau hoạt động cho thấy đa số HS đã phân biệt rõ điều kiện áp dụng của hai định lý, biết phân tích dữ kiện trước khi chọn phương pháp giải thay vì áp dụng công thức một cách máy móc. Kết quả phỏng vấn GV cũng cho thấy trước khi áp dụng biện pháp, nhiều HS lựa chọn định lý theo cảm tính. Sau khi được hướng dẫn so sánh theo các tiêu chí cụ thể, HS chủ động nhận diện bài toán, lựa chọn định lý phù hợp và biết giải thích cơ sở của lựa chọn. GV nhận thấy các em tích cực trao đổi, lập luận và có tiến bộ rõ rệt trong việc phân tích dữ kiện cũng như vận dụng kiến thức một cách logic. Nhìn chung, cả GV và HS đều khẳng định hoạt động so sánh giữa định lý Sin và định lý Cosin góp phần giúp HS hiểu sâu kiến thức, rèn luyện các thao tác tư duy như phân tích, so sánh, khái quát hóa và lập luận, qua đó PTNL tư duy và LLTH theo Chương trình GDPT môn Toán 2018.

2.3.2. Rèn luyện cho học sinh Trường Trung học phổ thông Vạn Xuân thao tác phân tích và tổng hợp khi giải quyết vấn đề trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

Mục đích của biện pháp: Biện pháp nhằm PTNL tư duy và LLTH của HS thông qua rèn luyện hai thao tác tư duy cơ bản là phân tích và tổng hợp trong học tập chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác. HS được hướng dẫn phân tích bài toán để xác định dữ kiện, mối quan hệ và hướng giải quyết; tổng hợp các định lý, công thức và lập luận để xây dựng lời giải logic, chặt chẽ. Qua đó, HS hiểu bản chất các hệ thức lượng, biết lựa chọn và vận dụng linh hoạt các kiến thức vào giải quyết bài toán, hình thành tư duy khoa học, khả năng khái quát hóa và LLTH.

Cách thức thực hiện biện pháp: Trong dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác, GV tổ chức các hoạt động theo hướng phát triển tư duy, hướng dẫn HS vận dụng hai thao tác phân tích và tổng hợp khi giải quyết bài toán qua các bước: 1) Phân tích vấn đề: HS xác định dữ kiện, yêu cầu và mối quan hệ giữa các yếu tố của bài toán; chia bài toán thành các nhiệm vụ nhỏ, lựa chọn định lý hoặc công thức phù hợp (Sin, Cosin, Heron,...). GV sử dụng câu hỏi gợi mở để định hướng cách giải; 2) Tổng hợp vấn đề: HS liên kết các kết quả để hoàn thiện lời giải, kiểm tra tính hợp lý, rút ra nhận xét và so sánh các cách giải nhằm phát triển tư duy linh hoạt

Cuối cùng GV đánh giá cả kết quả và quá trình học tập, đồng thời hệ thống hóa kiến thức và nhấn mạnh vai trò của thao tác phân tích, tổng hợp trong PTNL tư duy và lập luận toán học.

Ví dụ: Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 6, \hat{C} = 60^\circ$. Hãy tính diện tích tam giác ABC.

Bước 1: Hướng dẫn HS phân tích vấn đề

GV yêu cầu HS đọc kĩ đề bài và xác định các yếu tố đã biết, cần tìm. Dữ kiện đã cho: $a = 8, b = 6, \hat{C} = 60^\circ$. Đại lượng cần tìm: Diện tích tam giác ABC.

Giáo viên đặt các câu hỏi gợi mở: Để tính diện tích tam giác, em biết những công thức nào? Trong các công thức đó, công thức nào phù hợp với các dữ kiện của bài toán? Với hai cạnh và góc xen giữa đã biết, có cần tính thêm cạnh còn lại hay không?

Học sinh phân tích và nhận thấy: Công thức Heron cần biết độ dài ba cạnh nên chưa thuận lợi.

Công thức $S = \frac{1}{2}ab\sin C$ sử dụng trực tiếp hai cạnh và góc xen giữa, phù hợp với dữ kiện đề bài.

Thông qua quá trình phân tích, HS xác định được hướng giải quyết mà không cần thực hiện các phép biến đổi không cần thiết.

Bước 2: Hướng dẫn HS tổng hợp vấn đề

Sau khi lựa chọn được công thức phù hợp, HS tiến hành tính toán:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

Giáo viên tiếp tục đặt câu hỏi gợi mở để HS giải thích lý do lựa chọn công thức và xem xét các phương pháp giải khác. Qua thảo luận, HS nhận ra việc lựa chọn công thức tính diện tích tam giác phụ thuộc vào dữ kiện của bài toán (biết ba cạnh dùng công thức Heron, biết hai cạnh và góc xen giữa dùng công thức diện tích theo hai cạnh và góc). GV đóng vai trò tổ chức, định hướng thay vì trình bày sẵn lời giải, giúp HS phân tích dữ kiện, lựa chọn và giải thích phương pháp, đồng thời tổng kết vai trò của thao tác phân tích và tổng hợp trong giải toán.

2.3.3. Rèn luyện cho học sinh Trường Trung học phổ thông Vạn Xuân thao tác khái quát hóa trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”

Mục đích của biện pháp: Rèn luyện cho HS thao tác tư duy khái quát hóa, góp phần PTNL tư duy và LLTH trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác. Thông qua việc phân tích các trường hợp cụ thể, HS phát hiện quy luật, hình thành khái niệm, định lý và công thức một cách có cơ sở, thay vì ghi nhớ máy móc. Đồng thời, các em biết mở rộng từ trường hợp riêng đến trường hợp tổng quát, vận dụng linh hoạt các kết quả vào giải quyết bài toán mới. Qua đó, HS phát triển tư duy logic, khả năng lập luận, phát hiện và giải quyết vấn đề, đồng thời hiểu sâu bản chất và mối liên hệ giữa các kiến thức toán học.

Cách thức thực hiện biện pháp: GV tổ chức các hoạt động học tập theo hướng từ cụ thể đến khái quát. Trước hết, HS giải quyết các bài toán cụ thể, sau đó được gợi mở để so sánh, phân tích và phát hiện quy luật chung. Tiếp theo, GV hướng dẫn HS khái quát hóa kết quả thành công thức, định lý hoặc quy tắc và giải thích cơ sở của kết luận. Cuối cùng, HS vận dụng kết quả đã khái quát vào các bài toán mới nhằm kiểm chứng, mở rộng kiến thức và PTNL tư duy, LLTH.

Ví dụ: Hình thành định lý Cosin thông qua quá trình khái quát hóa.

Giáo viên không giới thiệu ngay công thức định lý Cosin mà tổ chức cho HS khám phá theo các bước từ trường hợp cụ thể đến trường hợp tổng quát.

Bước 1: Giải quyết trường hợp cụ thể

Giáo viên cho HS xét tam giác ABC có: $AB = 5, AC = 7, \hat{A} = 60^\circ$.

Yêu cầu HS tính cạnh BC.

Học sinh có thể sử dụng kiến thức đã học về hình học, vẽ đường cao hoặc sử dụng tọa độ để tìm kết quả: $BC^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = 39$ suy ra $BC = \sqrt{39}$

Sau khi HS hoàn thành bài toán, GV không kết thúc ở việc xác nhận đáp án mà đặt các câu hỏi gợi mở: Nếu góc A thay đổi thành $45^\circ, 90^\circ$ hoặc 120° thì công thức tính cạnh BC có thay đổi không? Nếu thay đổi độ dài hai cạnh AB và AC, biểu thức tính BC có điểm gì giống nhau? Liệu có tồn tại một công thức chung áp dụng cho mọi tam giác?

Những câu hỏi này giúp HS nhận thấy bài toán cụ thể chỉ là một trường hợp của một quy luật tổng quát.

Bước 2: Phát hiện quy luật

Giáo viên chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm giải một trường hợp khác nhau.

Nhóm	Dữ kiện	Kết quả
1	$b = 4, c = 6, \hat{A} = 60^\circ$	$a^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$
2	$b = 5, c = 8, \hat{A} = 45^\circ$	$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 45^\circ$
3	$b = 6, c = 9, \hat{A} = 90^\circ$	$a^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 90^\circ$

Sau khi trình bày kết quả, GV yêu cầu HS so sánh các biểu thức thu được.

Thông qua hoạt động phân tích và đối chiếu, HS nhận thấy: Bình phương cạnh đối diện luôn bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại. Luôn xuất hiện tích $2bc \cos A$. Khi góc $\hat{A} = 90^\circ$, vì $\cos 90^\circ = 0$, công thức trở thành định lý Pythagore.

Giáo viên tiếp tục đặt câu hỏi: Vì sao định lý Pythagore chỉ là một trường hợp đặc biệt? Điều gì không thay đổi trong tất cả các ví dụ trên? Có thể biểu diễn quy luật bằng kí hiệu tổng quát hay không?

Bước 3: Khái quát hóa

Từ những nhận xét trên, HS phát biểu quy luật chung:

Trong mọi tam giác, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Tương tự, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Giáo viên hướng dẫn HS giải thích: Vì sao công thức đúng với mọi tam giác. Điều kiện để áp dụng công thức. Mối quan hệ giữa định lý Cosin và định lý Pythagore. Qua đó, HS hiểu rằng định lý Pythagore là trường hợp riêng của định lý Cosin khi góc xen giữa bằng 90° .

Bước 4: Vận dụng kết quả khái quát

Giáo viên giao các bài toán có mức độ mở rộng.

Bài toán 1: Cho tam giác có hai cạnh và góc xen giữa. Tính cạnh còn lại.

Bài toán 2: Cho ba cạnh của tam giác. Hãy tính số đo một góc bằng cách biến đổi công thức Cosin.

Bài toán 3: Một khu đất hình tam giác có hai cạnh dài 80m và 100m, góc xen giữa bằng 45° . Hãy tính khoảng cách giữa hai đầu còn lại của khu đất.

Bài toán 4: Chứng minh rằng nếu góc A là góc nhọn thì $a^2 < b^2 + c^2$; nếu góc A là góc vuông thì $a^2 = b^2 + c^2$; nếu góc A là góc tù thì $a^2 > b^2 + c^2$.

Thông qua các bài toán này, HS tiếp tục vận dụng kết quả đã khái quát để giải quyết nhiều tình huống khác nhau, đồng thời nhận thấy định lý Cosin không chỉ dùng để tính cạnh mà còn có thể tính góc, nhận dạng tam giác và giải quyết các bài toán thực tiễn.

Minh họa bằng đoạn hội thoại trên lớp

Giáo viên: Sau khi giải ba bài toán, các em có nhận thấy điểm gì giống nhau trong các công thức vừa thu được?

Học sinh 1: Em thấy đều có tổng bình phương của hai cạnh rồi trừ đi $2bc \cos A$.

Giáo viên: Nếu thay đổi độ dài các cạnh hoặc số đo góc thì dạng công thức có thay đổi không?

Học sinh 2: Không ạ, chỉ thay đổi các giá trị cụ thể, còn cấu trúc công thức vẫn giống nhau.

Giáo viên: Vậy các em có thể phát biểu một công thức đúng cho mọi tam giác không?

Học sinh 3: Trong mọi tam giác, bình phương một cạnh bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại trừ hai lần tích của hai cạnh đó nhân với cos của góc xen giữa.

Giáo viên: Khi góc $\hat{A} = 90^\circ$, công thức này trở thành gì?

Học sinh 4: Vì $\cos 90^\circ = 0$, công thức trở thành $a^2 = b^2 + c^2$; chính là định lý Pythagore.

Qua quá trình đối thoại này, HS không chỉ ghi nhớ công thức định lý Cosin mà còn tự phát hiện quy luật, nhận thức được mối liên hệ giữa trường hợp riêng và trường hợp tổng quát, qua đó hình thành và PTNL khái quát hóa cũng như năng lực tư duy và lập luận toán học.

Kết quả phỏng vấn HS cho thấy hoạt động khái quát hóa trong dạy học chủ đề *Hệ thức lượng trong tam giác* giúp các em hiểu bản chất công thức và học tập chủ động hơn. Em N.M.A (lớp 10A2) cho biết trước đây chỉ học thuộc công thức nhưng sau khi tự tìm quy luật từ các bài toán cụ thể thì hiểu rõ cách hình thành và nhớ lâu hơn. Em T.Đ.H (lớp 10A5) chia sẻ các câu hỏi gợi mở của GV giúp em suy nghĩ sâu hơn, tự phát hiện quy luật và tự tin vận dụng kiến thức vào bài toán mới. Kết quả phỏng vấn GV cũng khẳng định hiệu quả của biện pháp. Cô N.T.T.H, GV Toán Trường THPT Vạn Xuân nhận định rằng, khi HS được quan sát nhiều trường hợp và tự rút ra quy luật, các em hiểu kiến thức sâu hơn so với việc chỉ học công thức có sẵn. Điều này cho thấy khái quát hóa góp phần phát triển tư duy và khả năng vận dụng kiến thức của HS.

3. Kết luận

Phát triển năng lực tư duy và LLTH cho HS là một trong năm thành phần của năng lực toán học được quy định trong Chương trình GDPT 2018. Năng lực này không chỉ giúp HS giải đúng bài toán mà còn biết phân tích, suy luận, giải thích và bảo vệ cách giải của mình một cách logic. Bài báo đã làm rõ

cơ sở lý luận về PTNL tư duy và LLTH, đồng thời đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm nâng cao hiệu quả dạy học chủ đề *Hệ thức lượng trong tam giác*. Các biện pháp được minh họa bằng ví dụ cụ thể, có tính linh hoạt và phù hợp với điều kiện dạy học ở trường THPT. Việc rèn luyện các thao tác tư duy như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa và đặc biệt hóa giúp HS hiểu sâu kiến thức, phát triển tư duy logic, lập luận, giải quyết vấn đề và vận dụng toán học vào thực tiễn. Để đạt hiệu quả, GV cần đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực của HS, tăng cường hoạt động khám phá, thảo luận và gắn kiến thức với thực tiễn. Tuy nhiên, các biện pháp mới được đề xuất trên cơ sở lý thuyết và chưa được kiểm chứng bằng thực nghiệm sư phạm. Trong thời gian tới, nghiên cứu sẽ tiến hành thực nghiệm trên nhiều đối tượng HS và mở rộng sang các chủ đề khác để đánh giá, hoàn thiện và khẳng định tính khả thi của các biện pháp đã đề xuất.

Tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*.
- Bộ Giáo dục và Đào tạo (2023). *Toán 10: Chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác* (Bộ sách *Kết nối tri thức với cuộc sống, Chân trời sáng tạo hoặc Cánh Diều*). NXB Giáo dục Việt Nam.
- Đỗ Văn Hùng, & Nguyễn Quyết Chiến. (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học các dạng toán chuyển động đều (Toán 5). *Tạp chí Giáo dục*, 23(Số đặc biệt 10), 19–24.
- Nguyễn Bá Kim. (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Dương Hoàng, & Nguyễn Thị Ngọc Hạnh. (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận cho học sinh lớp 12 thông qua dạy học thể tích khối đa diện. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 12(02S), 38–47.
- Nguyễn Hữu Châu. (2017). *Một số vấn đề về đổi mới giáo dục phổ thông ở Việt Nam*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn Văn Khang, & Lê Hoàng Mai. (2024). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh thông qua dạy học giải bài tập chủ đề Đại số tổ hợp – Toán 10. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 13(01S), 203–215.
- Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Thị Mỹ Hằng, & Nguyễn Thị Xoan. (2023). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Đại số tổ hợp” ở trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 23(7), 1–5.
- Phạm Huyền Trang, Nguyễn Ngọc Giang, Nguyễn Huy Thao, Trương Thị Kim Tiền, & Hoàng Thiên Kim. (2024). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học giải toán nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3). *Tạp chí Giáo dục*, 24(6), 17–21.
- Phạm Thị Kim Châu, & Nguyễn Văn Bé. (2021). Dạy học chủ đề số và phép tính trong Toán 5 theo hướng phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 10(6), 15–20.
- Polya, G. (1997). *Toán học và những suy luận có lý*. NXB Giáo dục.