PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC ĐẶT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 10 KHI DẠY HỌC CHỦ ĐỀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC THEO HƯỚNG THIẾT KẾ NHIỆM VỤ

TRẦN ĐỨC THIỆN
Trường THPT Nguyễn Hiền, thành phố Đà Nẵng
NGUYỄN THANH HƯNG
Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng
NGUYỄN VĂN THÀ
Trường THPT Hòa Vang, thành phố Đà Nẵng

Nhận bài ngày 02/10/2026. Sửa chữa xong 02/11/2026. Duyệt đăng 10/11/2026.

Abstract

This conceptual design study proposes six mathematical problem-posing tasks for teaching triangle trigonometry in Grade 10, comprising three purely mathematical situations and three real-world situations. Based on a synthesis of relevant literature and an a priori mathematical analysis, the study identifies four groups of observable problem-posing actions and establishes design principles connecting problem situations, task prompts, and lesson objectives. The tasks are sequenced from introductory activities and knowledge construction to advanced application. For each task, the study analyzes the relevant mathematical conditions, questions that students may generate, and observable evidence of problem-posing competence. The proposed tasks provide a framework for transforming trigonometric relationships in triangles into opportunities for student-initiated problem posing. However, they represent design propositions rather than evidence of students' actual performance; therefore, claims regarding their effectiveness require subsequent classroom implementation and empirical evaluation.

Keywords: *Grade 10, mathematical problem-posing competence, real-world contexts, task design, triangle trigonometry.*

1. Đặt vấn đề

Chương trình giáo dục phổ thông (GDPT) môn Toán năm 2018 định hướng phát triển năng lực của HS thông qua các hoạt động khám phá, suy luận, giải quyết vấn đề và vận dụng toán học (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018). Trong nhiều giờ học, học sinh (HS) quen giải những bài toán đã được xác định đầy đủ dữ kiện và yêu cầu. Khi tham gia đặt vấn đề toán học, các em còn phải quyết định điều gì đáng tìm hiểu, thông tin nào cần bổ sung, vấn đề được phát biểu có hợp lí hay không và nên điều chỉnh như thế nào. Hoạt động đó có liên hệ với giải quyết vấn đề nhưng không đồng nhất với việc giải một bài toán có sẵn (Silver, 1994).

Nghiên cứu quốc tế đã xem xét quá trình, sản phẩm và các điều kiện hỗ trợ đặt vấn đề toán học. Zhang và cộng sự (2024) tổng hợp các nghiên cứu can thiệp nhằm phát triển năng lực này; tổng quan năm 2025 của cùng nhóm tác giả cho thấy phương thức tổ chức và tiêu chí đánh giá rất đa dạng. Possamai và Allevato (2024) làm rõ ảnh hưởng của tình huống xuất phát và lời dẫn; Hwang và cộng sự (2025) nhấn mạnh sự gắn kết giữa nhiệm vụ đặt vấn đề với mục tiêu của bài học. Bên cạnh đó, Ran và cộng sự (2025) cho thấy những phản hồi khác dự kiến của HS cần được phân tích như thông tin về cách người học hiểu tình huống, thay vì xem tất cả là lỗi.

Trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác, các quan hệ giữa cạnh, góc, diện tích và bán kính

Email: nthung@ued.udn.vn

đường tròn ngoại tiếp tạo ra nhiều khả năng đặt câu hỏi về sự tồn tại, tính xác định, tính duy nhất và biến đổi điều kiện. Phạm Văn Quý và Nguyễn Thanh Hưng (2025) đã nghiên cứu phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học ở nội dung này. Bài báo tập trung vào việc thiết kế nhiệm vụ để HS chủ động tạo lập vấn đề. Mục tiêu của bài là đề xuất hệ thống gồm 6 tình huống có trình tự sư phạm và phân tích tiên nghiệm cách chúng tạo cơ hội rèn luyện năng lực đặt vấn đề. Đây là đóng góp ở bình diện thiết kế và phân tích nhiệm vụ, không phải tuyên bố về một phương pháp dạy học hoàn toàn mới hoặc hiệu quả đã được kiểm chứng.

2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu sử dụng phương pháp phân tích và tổng hợp tài liệu, phân tích nội dung Chương trình GDPT môn Toán 2018, thiết kế nhiệm vụ và phân tích tiên nghiệm. Nguồn tư liệu gồm các công trình nền tảng về hoạt động đặt vấn đề, tiếp cận năng lực và những nghiên cứu 2023-2025 về lời dẫn, cấu trúc nhiệm vụ và đánh giá sản phẩm đặt vấn đề. Các luận điểm được đối chiếu theo ba bình diện: khả năng của người học, đặc điểm của nhiệm vụ và thuộc tính sản phẩm đặt ra.

Quy trình thiết kế gồm 4 bước: 1) Xác định yêu cầu kiến thức và vị trí sư phạm; 2) Chọn cấu hình toán học hoặc bối cảnh thực tiễn có khả năng phát sinh nhiều vấn đề; 3) Xây dựng lời dẫn cho phép HS quyết định một phần điều cần hỏi, điều kiện hoặc cách biểu diễn; 4) Phân tích tiên nghiệm các trường hợp hợp lệ, sai lầm có thể gặp, hướng điều chỉnh và nguồn minh chứng cần thu thập. Các phép tính trong 6 tình huống được kiểm tra theo điều kiện tồn tại của tam giác; với tình huống tham số, hai cách lập luận độc lập được sử dụng. Nghiên cứu chưa khảo sát HS, phỏng vấn chuyên gia hay thực nghiệm sư phạm; vì vậy, những sản phẩm được nêu chỉ là khả năng dự kiến của nhà thiết kế.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Cơ sở lí luận và khung phân tích năng lực đặt vấn đề toán học

Theo Silver (1994), đặt vấn đề toán học bao gồm việc tạo ra vấn đề mới từ một tình huống hoặc phát biểu lại vấn đề đã có. Khi nghiên cứu một số bài toán do HS tạo ra, Silver và Cai (1996) xem xét khả năng giải được, mức độ phức tạp về ngôn ngữ và nội dung toán học của các bài toán đó. Những tiêu chí này giúp nhận xét chất lượng sản phẩm đặt vấn đề, song chưa phản ánh đầy đủ cách HS tìm kiếm ý tưởng, lựa chọn dữ kiện và điều chỉnh vấn đề trong quá trình thực hiện nhiệm vụ. Blömeke và cộng sự (2015), khi bàn về đánh giá năng lực, nhấn mạnh mối liên hệ giữa những nguồn lực của cá nhân, khả năng xử lí tình huống và hành vi có thể quan sát được. Từ những quan điểm trên, nghiên cứu này xem xét năng lực đặt vấn đề toán học thông qua khả năng HS huy động kiến thức và kinh nghiệm để nhận ra những vấn đề có thể nảy sinh từ tình huống, phát triển ý tưởng, hình thành, diễn đạt và xem xét lại vấn đề đã đặt ra.

Để phân tích các nhiệm vụ dạy học, nhóm tác giả lựa chọn bốn nhóm biểu hiện: nhận diện (ND), phát triển ý tưởng (PT), phát biểu vấn đề (PH) và đánh giá, điều chỉnh (DC). Nội dung từng nhóm và những minh chứng cần tìm khi tổ chức dạy học được trình bày ở bảng 1.

Bảng 1: Các nhóm biểu hiện và chỉ báo quan sát của năng lực đặt vấn đề toán học

Nhóm biểu hiện	Mã chỉ báo	Chỉ báo quan sát
ND - Nhận diện	ND1	Xác định được các dữ kiện, đại lượng và quan hệ toán học trong tình huống cho trước.
	ND2	Nhận ra những vấn đề có thể tìm hiểu, dữ kiện còn thiếu hoặc điều kiện cần làm rõ từ tình huống.
PT - Phát triển ý tưởng	PT1	Đề xuất được hướng đặt vấn đề thông qua việc lựa chọn đại lượng cần tìm, bổ sung hoặc thay đổi dữ kiện, giả thiết.
	PT2	Giải thích được cơ sở toán học của hướng đặt vấn đề đã lựa chọn.
PH - Phát biểu vấn đề	PH1	Hình thành được câu hỏi hoặc bài toán mới từ tình huống cho trước.
	PH2	Diễn đạt được vấn đề bằng ngôn ngữ toán học phù hợp, trong đó dữ kiện, điều kiện và yêu cầu được xác định rõ ràng.
DC - Đánh giá, điều chỉnh	DC1	Xem xét được tính hợp lí, điều kiện tồn tại và khả năng giải quyết của vấn đề đã đặt ra.
	DC2	Phát hiện được điểm chưa phù hợp và điều chỉnh dữ kiện, điều kiện hoặc yêu cầu của vấn đề trên cơ sở lập luận toán học.

Bốn nhóm biểu hiện và các chỉ báo ở bảng 1 được đề xuất để phân tích cơ hội đặt vấn đề toán học

trong nhiệm vụ dạy học, chưa phải mô hình cấu trúc năng lực hay thang đo đã kiểm định. Chúng cũng khác với bốn giai đoạn của mô hình quá trình đặt vấn đề do Cai và Rott (2024) đề xuất: định hướng, kết nối, tạo lập và suy ngẫm. Việc HS thể hiện chỉ báo nào phải được xác định qua sản phẩm và quá trình thực hiện, không thể suy ra từ ý định thiết kế của giáo viên.

Cơ hội đặt vấn đề phụ thuộc vào cả tình huống xuất phát và yêu cầu học tập (Possamai và Allevato, 2024; Hwang và cộng sự, 2025). Chẳng hạn, yêu cầu dùng định lí cosin để tính cạnh còn lại chủ yếu dẫn đến giải toán; yêu cầu HS tự đặt câu hỏi và xác định điều kiện cần bổ sung mới tạo cơ hội hình thành vấn đề. Mức độ mở của nhiệm vụ cần phù hợp với kiến thức và mục tiêu bài học.

3.2. Nguyên tắc thiết kế và hệ thống 6 tình huống

Việc thiết kế tình huống tuân theo bốn nguyên tắc: Bảo đảm tính đúng đắn toán học, chủ đích để ngỏ dữ kiện hoặc điều kiện; phù hợp nội dung và tiến trình dạy học; tạo cơ hội cho HS tự đặt câu hỏi, lựa chọn hoặc điều chỉnh điều kiện; dự kiến những vấn đề, khó khăn và biểu hiện năng lực có thể xuất hiện. Khi triển khai, giáo viên cần tạo điều kiện để HS trình bày, kiểm tra, điều chỉnh câu hỏi và ghi nhận mức độ hỗ trợ, tránh đánh giá năng lực chỉ qua sản phẩm cuối cùng. Trên cơ sở đó, nhóm tác giả xây dựng 6 tình huống về Hệ thức lượng trong tam giác, gồm ba tình huống toán học và ba tình huống thực tiễn. Nội dung, vị trí và cơ hội đặt vấn đề của từng tình huống được trình bày ở bảng 2.

Bảng 2: Hệ thống 6 tình huống dạy học và cơ hội đặt vấn đề toán học

Tình huống	Nội dung và vị trí sư phạm	Cơ hội đặt vấn đề chủ yếu
TH1. Hai cạnh chưa đủ xác định tam giác	Tình huống toán học; mở đầu	Nhận ra sự thiếu dữ kiện; đặt câu hỏi về khả năng xác định cạnh còn lại và những điều kiện cần bổ sung.
TH2. Thay đổi góc xen giữa hai cạnh	Tình huống toán học; hình thành kiến thức	Khảo sát sự thay đổi của cạnh đối diện; dự đoán và tìm hiểu quan hệ giữa các cạnh với góc xen giữa.
TH3. Một diện tích, hai cấu hình tam giác	Tình huống toán học; luyện tập	Phát hiện khả năng có nhiều tam giác thỏa mãn dữ kiện; đặt câu hỏi về tính duy nhất và điều kiện cần bổ sung.
TH4. Xác định chiều cao cột cờ	Tình huống thực tiễn; vận dụng	Lựa chọn đại lượng cần đo, bổ sung dữ kiện và xây dựng bài toán xác định chiều cao.
TH5. Đo khoảng cách qua sông	Tình huống thực tiễn; vận dụng	Phân biệt khoảng cách đến một điểm với khoảng cách vuông góc đến đường bờ; lựa chọn và điều chỉnh yêu cầu đo đạc.
TH6. Xác định vị trí thiết bị theo tham số	Tình huống thực tiễn; vận dụng nâng cao	Đặt câu hỏi về số vị trí thỏa mãn điều kiện; tìm giá trị của tham số và xem xét các trường hợp giới hạn.

6 tình huống được sắp xếp theo hướng tăng dần yêu cầu đối với hoạt động đặt vấn đề, từ nhận diện dữ kiện chưa đủ, tìm kiếm quan hệ toán học đến thay đổi điều kiện và xem xét những trường hợp có thể xảy ra. Việc kết hợp tình huống toán học với tình huống thực tiễn nhằm tạo ra những cách tiếp cận khác nhau đối với cùng một năng lực, không phải để phân chia năng lực đặt vấn đề thành hai loại. Trong phần phân tích tiếp theo, mỗi tình huống được xem xét về khả năng hình thành vấn đề toán học, những hướng giải quyết dự kiến và cơ hội thể hiện các nhóm ND, PT, PH, DC.

3.3. Ba tình huống toán học thuần túy

3.3.1. Tình huống 1: Hai cạnh của tam giác đã đủ chưa? (mở đầu)

Tình huống xuất phát: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 7.$ Giữ cố định hai điểm A, B; cho điểm C thay đổi sao cho $AC = 7$ và ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Giáo viên không quy định trước đại lượng phải tìm.

Lời dẫn đặt vấn đề: Từ tình huống trên, em hãy tự đặt một câu hỏi toán học mà mình muốn tìm hiểu. Xem xét các dữ kiện đã đủ để trả lời câu hỏi hay chưa; nếu chưa, hãy đề xuất điều kiện bổ sung và phát biểu lại câu hỏi. Trao đổi với bạn để so sánh những câu hỏi khác nhau được hình thành từ cùng một tình huống.

Phân tích tiên nghiệm: Đặt $a = BC.$ Theo bất đẳng thức tam giác, $2 < a < 12.$ Ngược lại, với mỗi giá trị a trong khoảng này đều tồn tại tam giác có $AB = 5, AC = 7$ và $BC = a.$ *Chẳng hạn*, nếu $A = 90°$ thì $a = \sqrt{74}$; nếu $A = 60°$ thì $a = \sqrt{39}$. Như vậy, 2 cạnh đã cho chưa đủ để xác định duy nhất cạnh thứ ba. HS có thể đặt câu hỏi về những giá trị có thể có của $a,$ về việc a có đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất hay không hoặc về điều kiện cần bổ sung để xác định duy nhất $BC.$ Đáng chú ý, a không có giá trị lớn nhất

hay nhỏ nhất trong tập các tam giác không suy biến; 2 và 12 chỉ là các cận không đạt được. Tình huống tạo cơ hội cho HS nhận diện dữ kiện còn thiếu, phát triển ý tưởng, phát biểu và điều chỉnh vấn đề (ND, PT, PH, DC). Đây là biểu hiện cần quan sát khi tổ chức dạy học, chưa phải kết quả được ghi nhận từ HS.

3.3.2. Tình huống 2: Từ góc xen giữa đến định lí cosin (hình thành kiến thức)

Tình huống xuất phát: Giữ $AB = 5, AC = 7$ xét ba tam giác có góc A lần lượt bằng $60°, 90°$ và $120°.$ Có thể sử dụng phần mềm hình học động để thay đổi góc A; giáo viên chưa giới thiệu trước công thức định lí cosin.

Lời dẫn đặt vấn đề: Khi góc A thay đổi, em muốn tìm hiểu sự thay đổi của đại lượng nào trong tam giác? Hãy tự đặt một câu hỏi liên quan đến cạnh, góc hoặc hình chiếu và tìm cách kiểm tra dự đoán. Từ các trường hợp đã xét, em có thể nêu câu hỏi nào khái quát hơn?

Phân tích tiên nghiệm: Đặt $a = BC.$ Từ phép chiếu trên đường thẳng AB hoặc bằng cách sử dụng tọa độ, suy ra: $a^2 = 7^2 sin^2 A + (5 - 7cos A)^2 = 74 - 70cos A$ với $A = 60°,\ A = 90°,\ A = 120°,$ ta có $a^2 = 39,\ a^2 = 74,$ $a^2 = 109$ tương ứng. Từ đó, $a = \sqrt{39},\ a = \sqrt{74},\ a = \sqrt{109}.$ Trong ba trường hợp này chân đường vuông góc hạ từ C xuống đường thẳng AB lần lượt nằm trong đoạn $AB,$ trùng với A và nằm ngoài đoạn AB về phía đối diện $B.$ Vì vậy, cách lập luận mặc nhiên coi chân đường vuông góc luôn nằm trong đoạn AB là không đúng, đặc biệt khi góc A tù. Ba trường hợp riêng chỉ giúp hình thành dự đoán, chưa đủ để chứng minh quan hệ tổng quát. Việc HS tự đặt câu hỏi "*Giữa ba cạnh của tam giác và góc xen giữa có mối liên hệ nào?*" rồi tìm cách kiểm chứng hoặc chứng minh quan hệ đó là cơ hội thể hiện các nhóm ND, PT, PH và DC. Biểu hiện này chỉ có thể được xác nhận khi thu thập sản phẩm và dữ liệu quá trình của HS.

3.3.3. Tình huống 3: Một diện tích, hai dạng tam giác (luyện tập)

Tình huống xuất phát: Cho tam giác ABC có $AB = 6, AC = 8$ và diện tích $S = 12.$ HS có thể phác họa những tam giác khác nhau thỏa mãn các dữ kiện đã cho.

Lời dẫn đặt vấn đề: Từ các dữ kiện trên, em hãy đặt một câu hỏi về đại lượng chưa biết của tam giác. Kiểm tra xem câu hỏi đó có dẫn đến một kết quả duy nhất hay không. Nếu có nhiều kết quả, em cần bổ sung điều kiện hoặc điều chỉnh câu hỏi như thế nào?

Phân tích tiên nghiệm: Theo công thức diện tích tam giác, $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = 24 \sin A = 12.$ Suy ra $\sin A = \frac{1}{2}.$ Do $0° < A < 180°,$ có hai khả năng: $A = 30°$ hoặc $A = 150°.$ Áp dụng định lí cosin, $BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos A = 100 - 96 \cos A.$ Vì thế, $BC = \sqrt{100 - 48\sqrt{3}}$ hoặc $BC = \sqrt{100 + 48\sqrt{3}}.$ Cả hai trường hợp đều tạo thành tam giác không suy biến. Như vậy, nếu không phân biệt những vị trí đối xứng qua đường thẳng $AB,$ các dữ kiện đã cho xác định hai dạng tam giác khác nhau. HS có thể đặt câu hỏi về số giá trị của $BC,$ về điều kiện cần bổ sung để BC được xác định duy nhất hoặc về sự thay đổi của số dạng tam giác khi diện tích S thay đổi. Chẳng hạn, điều kiện góc A nhọn sẽ chọn trường hợp $A = 30°.$ Nếu coi diện tích là đại lượng thay đổi thì $0 < S < 24$ cho hai khả năng về góc $A,$ còn $S = 24$ chỉ cho một khả năng. Điều cần quan sát không chỉ là kết quả tính toán mà còn là việc HS tự nhận ra tính không duy nhất, đặt câu hỏi và điều chỉnh điều kiện của bài toán (ND, PT, PH, DC).

3.4. Ba tình huống toán học thực tiễn

3.4.1. Tình huống 4: Xác định chiều cao cột cờ (vận dụng)

Tình huống xuất phát: Trên sân trường bằng phẳng, chọn hai vị trí quan sát A và B cùng nằm trên đường thẳng đi qua chân cột cờ $F,$ theo thứ tự $A, B, F.$ Biết $AB = 10$ m. Thiết bị ngắm tại mỗi vị trí được đặt cách mặt sân $1{,}5$ m; góc nâng lên đỉnh cột cờ lần lượt là $30°$ tại A và $45°$ tại $B.$ Cột cờ được coi là thẳng đứng và bỏ qua sai số đo.

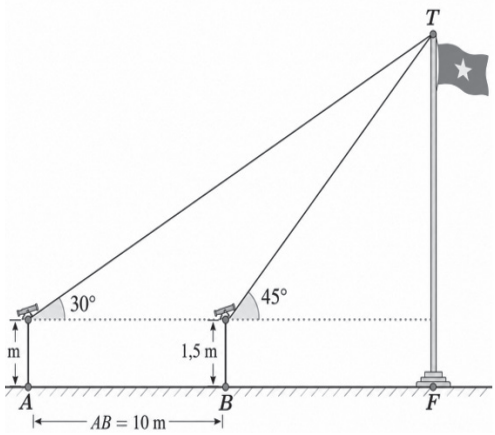
Lời dẫn đặt vấn đề: Từ tình huống trên, em muốn xác định đại lượng nào? Hãy phát biểu một bài toán với các điều kiện cần thiết và tìm cách giải quyết. Khi tính chiều cao cột cờ, có cần xét độ cao đặt thiết bị ngắm hay không? Nếu chỉ đo góc nâng tại một vị trí, em cần bổ sung dữ kiện gì?

Phân tích tiên nghiệm: Gọi h là khoảng cách từ đỉnh cột cờ đến đường ngang đi qua thiết bị ngắm, $x = BF$ là khoảng cách từ vị trí B đến chân cột cờ. Do hai thiết bị ở cùng độ cao, ta có $\tan 45° = \frac{h}{x} = 1,$

$\tan 30^\circ = \frac{h}{x+10} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $h = x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = 5\left(\sqrt{3}+1\right)(\text{m}).$

Chiều cao cột cờ tính từ mặt sân là $h = 1{,}5 + 5\left(\sqrt{3}+1\right) \approx 15{,}16$ (m). HS có thể đặt vấn đề xác định chiều cao thực của cột cờ, tìm khoảng cách từ vị trí quan sát đến chân cột cờ hoặc xem xét dữ kiện cần có để đo bằng một vị trí. Điểm cần chú ý là phân biệt độ chênh cao so với thiết bị ngắm với chiều cao tính từ mặt sân, đồng thời làm rõ giả thiết về mặt sân, vị trí các điểm đo và chiều cao thiết bị. Khi HS tự phát hiện và bổ sung những điều kiện này, nhiệm vụ tạo cơ hội thể hiện các chỉ báo ND, PT, PH và DC.

Hình 1: Sơ đồ hai vị trí quan sát và chiều cao cột cờ

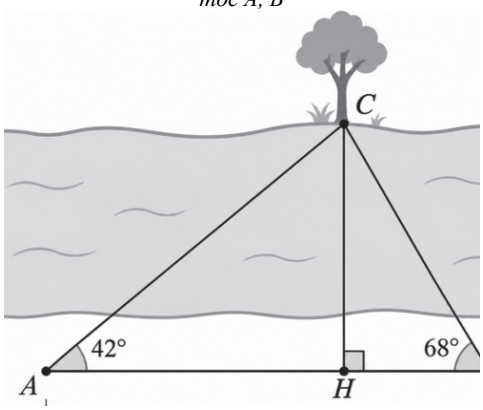


3.4.2. Tình huống 5: Đo khoảng cách qua sông (vận dụng)

Tình huống xuất phát: Trên một đoạn bờ sông được coi gần đúng là đường thẳng, chọn hai mốc A, B cách nhau 50 m. Gọi C là vị trí gốc một cây ở bờ bên kia. Đo được $\widehat{CAB} = 42^\circ$ và $\widehat{CBA} = 68^\circ$. Giả sử A, B, C cùng nằm trên một mặt phẳng ngang; chân đường vuông góc từ C đến đường thẳng AB nằm trên đoạn AB.

Lời dẫn đặt vấn đề: Từ các số liệu đo được, em muốn xác định khoảng cách nào? Khoảng cách từ A đến C có phải là khoảng cách vuông góc từ cây đến đường bờ hay không? Hãy đặt câu hỏi phù hợp, giải quyết câu hỏi đó và chỉ rõ điều kiện để kết quả có ý nghĩa đối với việc đo đạc thực tế.

Hình 2: Sơ đồ định vị điểm C ở bờ bên kia bằng hai mốc A, B



Phân tích tiên nghiệm: Trong tam giác ABC, ta có $\widehat{ACB} = 70^\circ$. Theo định lí sin, $AC = \frac{50\sin 68^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 49{,}33$ (m), $BC = \frac{50\sin 42^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 35{,}60$ (m). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB.

Khoảng cách từ C đến đường thẳng biểu diễn bờ sông là $CH = AC\sin 42^\circ = \frac{50\sin 68^\circ \sin 42^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 33{,}01$ (m).

Như vậy, AC và CH là 2 đại lượng khác nhau. Trong mô hình đã chọn, CH biểu thị khoảng cách theo phương vuông góc đến đường bờ gần; chỉ có thể diễn giải là bề rộng sông khi cách xác định bề rộng phù hợp với hình dạng hai bờ tại vị trí khảo sát. Từ đây, HS có thể đặt câu hỏi về cách xác định khoảng cách không thể đo trực tiếp, lựa chọn đại lượng cần tìm hoặc điều chỉnh mô hình khi đường bờ không thẳng, hai bờ không song song hay các góc đo có sai số. Hoạt động cần hướng đến việc HS tự phát biểu vấn đề trước khi thực hiện phép tính (ND, PT, PH, DC).

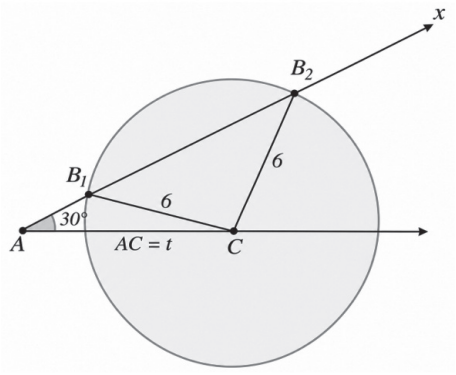
3.4.3. Tình huống 6: Định vị thiết bị khảo sát có tham số (vận dụng nâng cao)

Tình huống xuất phát: Trên một mặt bằng, thiết bị tự hành B chỉ di chuyển trên tia Ax xuất phát từ trạm A. Tia Ax tạo với hướng AC góc 30°. Một thiết bị phát tín hiệu đặt tại C, với $AC = t\,\text{m}, t > 0$. Khi vị trí của C thay đổi trên hướng đã chọn, tham số t thay đổi. Thiết bị B chỉ được ghi nhận ở những vị trí khác A và cách C đúng $6\,\text{m}$.

Lời dẫn đặt vấn đề: Khi t thay đổi, em có thể đặt ra những câu hỏi nào về vị trí của thiết bị B? Hãy lựa chọn một câu hỏi để tìm hiểu, thử xét một số trường hợp và kiểm tra xem có phải loại bỏ vị trí B trùng với A hay không. Nếu cần, hãy điều chỉnh phát biểu để nêu rõ thế nào là một vị trí hợp lệ.

Phân tích tiên nghiệm: Đặt $d = AB > 0$; kí hiệu d được dùng cho độ dài để phân biệt với tên tia Ax. Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC khi $B \neq A$, ta có $36 = t^2 + d^2 - 2td\cos 30^\circ = t^2 + d^2 - \sqrt{3}td$. Do đó, $d^2 - \sqrt{3}td + t^2 - 36 = 0,\ \Delta = 144 - t^2$.

Khi $0 < t \le 12$, nghiệm của phương trình là $d = \frac{\sqrt{3}t \pm \sqrt{144 - t^2}}{2}$.



Hình 3: Sơ đồ tia chuyển động Ax và đường tròn tâm C, bán kính 6m

Tuy nhiên, không phải mọi nghiệm thực đều biểu thị một vị trí hợp lệ, vì phải có $d > 0$. Với $0 < t < 6$, chỉ nghiệm mang dấu cộng là dương; tại $t = 6$, nghiệm còn lại bằng 0 nên bị loại. Khi $6 < t < 12$, có hai nghiệm dương phân biệt; tại $t = 12$, phương trình có một nghiệm kép dương; còn $t > 12$ thì không có nghiệm thực. Số vị trí hợp lệ của thiết bị vì thế là $N(t) = \{1 \mid 0 < t \le 6; 2 \mid 6 < t < 12; 1 \mid t = 12; 0 \mid t > 12\}$. Kết quả cũng có thể kiểm tra bằng hình học: Những vị trí của B là giao điểm của tia Ax với đường tròn tâm C, bán kính $6\,\text{m}$. Khi $0 < t < 6$, điểm A nằm trong đường tròn nên tia có một giao điểm khác A; khi $t = 6$, A thuộc đường tròn và phải loại giao điểm tại A; khi $6 < t < 12$, tia cắt đường tròn tại hai điểm; khi $t = 12$, tia tiếp xúc với đường tròn; còn $t > 12$ thì tia không gặp đường tròn. Hai cách phân tích giúp kiểm tra các trường hợp biên và làm rõ điều kiện về vị trí của thiết bị. Về phương diện đặt vấn đề, điều quan trọng không chỉ là giải phương trình theo tham số mà là việc HS tự nêu câu hỏi về số vị trí có thể có, phát hiện trường hợp cần loại bỏ và điều chỉnh điều kiện của bài toán (ND, PT, PH, DC).

3.5. Thảo luận và giới hạn nghiên cứu

Phân tích 6 tình huống cho thấy cơ hội đặt vấn đề toán học phụ thuộc chủ yếu vào cách thiết kế và giao nhiệm vụ, không đơn thuần ở bối cảnh toán học hay thực tiễn. Hoạt động này đòi hỏi HS chủ động xác định câu hỏi, bổ sung hoặc điều chỉnh điều kiện và kiểm tra tính hợp lí của vấn đề (Possamai và Allevato, 2024; Hwang và cộng sự, 2025). Khi đánh giá, cần xem xét cả quá trình hình thành, kiểm tra, điều chỉnh câu hỏi và mức độ hỗ trợ của giáo viên, thay vì chỉ dựa vào độ phức tạp của sản phẩm cuối cùng. Những cách hiểu khác dự kiến của HS cũng cần được phân tích (Ran và cộng sự, 2025). Nghiên cứu mới dừng ở thiết kế và phân tích lí thuyết, chưa được chuyên gia độc lập thẩm định hoặc dạy thử. Các tình huống thực tiễn sử dụng giả thiết hình học đơn giản hóa; bốn nhóm biểu hiện và 8 chỉ báo chưa được kiểm định như một thang đo năng lực. Vì vậy, cần tiếp tục thử nghiệm, phân tích quá trình và sản phẩm của HS để điều chỉnh nhiệm vụ, đánh giá tính khả thi và hoàn thiện các chỉ báo.

4. Kết luận

Bài báo đề xuất hệ thống 6 nhiệm vụ đặt vấn đề toán học trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác (Toán 10), gồm ba tình huống toán học thuần túy và ba tình huống thực tiễn, được phân bố theo tiến trình từ mở đầu đến vận dụng nâng cao. Các phân tích tiên nghiệm cho thấy mỗi tình huống chứa những điểm có thể khởi phát câu hỏi về dữ kiện, quan hệ, tính xác định hoặc sự thay đổi điều kiện. Đóng góp của bài nằm ở cách liên kết tình huống xuất phát, lời dẫn gợi mở, luận chứng toán học và minh chứng năng lực cần tìm, không nằm ở việc tuyên bố đã chứng minh hiệu quả sư phạm. Để kết luận về tác động đối với năng lực đặt vấn đề toán học, cần tiếp tục thẩm định, tổ chức dạy học thử nghiệm và phân tích dữ liệu thực tế của HS. Tuyên bố hỗ trợ bằng công cụ AI. Công cụ ChatGPT (OpenAI) được sử dụng để hỗ trợ biên tập, tổ chức bản thảo và kiểm tra sơ bộ các lập luận. Nhóm tác giả chịu trách nhiệm kiểm chứng độc lập nội dung toán học, trích dẫn và bản thảo cuối cùng trước khi gửi đăng.

Tài liệu tham khảo

Blömeke, S., Gustafsson, J. E., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie, 223*(1), 3-13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194.

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán.*

Cai, J., & Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM - Mathematics Education,* 56, 61-71. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01536-w.

Hwang, S., Han, J., Muirhead, F., Brown, A., Melville, M., & Cai, J. (2025). Textbooks as a resource for teaching mathematics through problem posing: Catalyzing instructional change. *ZDM - Mathematics Education,* 57, 987-1001. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01694-z.

Phạm Văn Quý, Nguyễn Thanh Hưng (2025). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề "Hệ thức lượng trong tam giác" (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *25*(23), 24-28.

Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2024). Teaching mathematics through problem posing: Elements of the task. *The Journal of Mathematical Behavior,* 73, Article 101133. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101133.

Ran, H., Cai, J., Muirhead, F., & Hwang, S. (2025). An analysis of unexpected responses in middle school students' mathematical problem posing from the perspective of problem-posing processes. *Educational Studies in Mathematics,* 119, 467–486. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10399-9.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19-28.
https://flm-journal.org/Articles/2A5D152778141F58C1966ED8673C15.pdf.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(5), 521-539. https://doi.org/10.2307/749846.

Zhang, L., Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2025). Approaches to supporting and measuring mathematical problem posing: A systematic review of interventions in mathematics education. *International Journal of Science and Mathematics Education, 23*(7), 2225-2254. https://doi.org/10.1007/s10763-025-10542-1.

Zhang, L., Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2024). Enhancing mathematical problem posing competence: A meta-analysis of intervention studies. *International Journal of STEM Education,* 11, Article 48. https://doi.org/10.1186/s40594-024-00507-1.

SỬ DỤNG PHẦN MỀM PHOTO3D TRONG DẠY HỌC CÁC CHỦ ĐỀ...

Tiếp theo trang 53

4. Kết luận

Trước những yêu cầu và điều kiện dạy học hiện nay, việc sử dụng phần mềm photo3D trong dạy học Lịch sử ở trường THPT là rất cần thiết, khả thi và có vai trò đặc biệt quan trọng đối với việc hình thành tri thức lịch sử, hình thành và phát triển các phẩm chất, năng lực cần thiết cho HS, góp phần thiết thực vào việc đổi mới phương pháp dạy học và kiểm tra, đánh giá. "Cách học mới này giúp chúng em có tư duy theo dòng sự kiện lịch sử một cách logic. Bên cạnh đó, bảo tàng Lịch sử 3D còn giúp chúng em phát triển trí sáng tạo, tìm hiểu, đào sâu kiến thức trên lớp và tăng thêm sự hứng thú, đam mê với môn Lịch sử" (VOV, 2017, đoạn 5). Tuy nhiên, cũng cần lưu ý rằng việc sử dụng phần mềm Photo3D phải căn cứ vào nội dung, yêu cầu cần đạt cụ thể về nội dung phương pháp dạy học, kiểm tra, đánh giá,... của từng chủ đề, bài học. Mặt khác, GV muốn sử dụng tốt phần mềm photo3D trong dạy học Lịch sử cần phải nắm vững những vấn đề về lí luận và phương pháp dạy học bộ môn, nhất là phương pháp sử dụng các loại đồ dùng trực quan trong việc phát huy tính tích cực, chủ động của HS và yêu cầu đổi mới kiểm tra đánh giá. Trong những điều kiện khác nhau của nhà trường phổ thông ở Việt Nam hiện nay, việc kết hợp và sử dụng hợp lí các phương tiện kĩ thuật dạy học hiện đại với các thiết bị dạy học truyền thống là sự lựa chọn phù hợp nhằm bảo đảm tốt mục tiêu: "... phát triển toàn diện, có đạo đức, tri thức, sức khỏe, thẩm mỹ và nghề nghiệp, trung thành với lý tưởng độc lập dân tộc và chủ nghĩa xã hội, hình thành và bồi dưỡng nhân cách, phẩm chất và năng lực của người công dân, đáp ứng yêu cầu của sự nghiệp xây dựng và bảo vệ Tổ quốc" (Quốc hội, 2005, Điều 2). Do đó, cần phải phát huy ưu thế và thực hiện tốt các nhiệm vụ của môn học để lịch sử xứng đáng là "thầy dạy của cuộc đời, là bó đuốc soi đường đi tới tương lai". Để thực hiện được mục tiêu này, quá trình dạy học lịch sử cần phải đổi mới để nâng cao chất lượng môn học ở trường phổ thông.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình giáo dục phổ thông môn Lịch sử và Địa lí cấp trung học cơ sở.*

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2025). *Thông tư số 02/2025/TT-BGDĐT, ngày 24/01/2025 quy định Khung năng lực số cho người học.*

Quốc hội. (2005). *Luật Giáo dục.* Số 38/2005/QH11, ngày 14/6/2005.

Softonic. (n.d.). *Photo! 3D Album 1.2 for Windows.* Retrieved November 15, 2026. https://photo-3d-album.vi.softonic.com/.

Tô, T. T. L. (2016, March 7). Bảo tàng ảo 3D – Một trong những đề án đột phá của Bảo tàng Lịch sử Quốc gia. *Tạp chí điện tử Thế giới Di sản.* https://thegioidisan.vn/vi/bao-tang-ao-3d---mot-trong-nhung-de-an-dot-pha-cua-bao-tang-lich-su-quoc-gia.html

VOV. (2017, November 30). Cô giáo dạy Lịch sử bằng bảo tàng ảo 3D khiến học sinh thích mê. *VTV.* https://vtv.vn/giao-duc/co-giao-day-lich-su-bang-bao-tang-ao-3d-khien-hoc-sinh-thich-me-2017113016301358.htm.

Vũ, M. G., Trần, T. V., Trương, T. B. H., Nguyễn, T. M. H., Phan, N. H., Hoàng, T. H. N., & Phạm, H. T. (2024). *Lịch sử 12: Kết nối tri thức với cuộc sống.* NXB Giáo dục Việt Nam.