

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 10 THÔNG QUA GIẢI BÀI TOÁN TỐI ƯU BẰNG HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA PHẦN MỀM GEOGEBRA

SV. VÕ ANH QUÂN
SV. TÁN ĐẠI PHÁT
SV. TRƯƠNG VIÊN XUÂN HUY
NGUYỄN THANH HƯNG
Khoa Toán - Tin, Trường Đại học Sư phạm,
Đại học Đà Nẵng

Nhận bài ngày 05/6/2026. Sửa chữa xong 08/7/2026. Duyệt đăng 18/7/2026.

Abstract

In the 10th-grade mathematics curriculum, the topic of systems of linear inequalities in two variables holds high practical applicability, particularly through resource, cost, or profit optimization problems in linear programming. Resolving these problems requires students not only to firmly apply algebraic theories but also to possess the ability to construct models and geometrically represent feasible regions to determine the optimal solution. Within this topic, teachers can utilize GeoGebra software to innovate teaching methods, shifting from passive instruction to organizing experiential activities through the exploitation of optimization problems. This approach helps students develop visual thinking, deeply comprehend abstract mathematical models, and foster opportunities to discover new knowledge via flexible interactions with mathematical objects, thereby developing their mathematical modeling competency.

Keywords: 10th-grade mathematics, Competency, GeoGebra software, mathematical modeling competency, optimization problem, system of linear inequalities in two variables.

1. Đặt vấn đề

Việc chuyển đổi từ truyền thụ kiến thức một chiều sang phát triển phẩm chất, năng lực (NL) cho học sinh (HS) là một yêu cầu cấp thiết đã được khẳng định trong Chương trình Giáo dục phổ thông (GDPT) (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018a). Một trong những NL đặc thù của NL toán học cần được chú trọng và hình thành cho HS từ sớm chính là NL mô hình hóa toán học (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b). Mô hình hóa là chiếc cầu nối quan trọng giúp HS biết cách nhìn nhận và giải quyết các vấn đề phức tạp trong đời sống bằng ngôn ngữ và tư duy toán học. Thực tế dạy học chuyên đề hệ bất phương trình (BPT) bậc nhất 2 ẩn vẫn còn đang đối mặt với nhiều rào cản mang tính truyền thống. Khi tiếp cận bài toán thực tế, HS lúng túng ngay từ việc chuyển đổi ngữ cảnh thực tế sang bài toán cụ thể của hệ BPT. Ngoài ra, việc sử dụng bảng đen hay hình vẽ tĩnh khiến HS khó hình dung sự thay đổi của các đường thẳng và miền nghiệm đa giác khi các tham số biến thiên, dẫn đến việc tìm giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất của biểu thức chỉ dừng lại ở việc giải máy móc chứ không thực sự hiểu rõ được bản chất của bài toán. Để giải quyết triệt để mâu thuẫn này, việc tích hợp phần mềm toán học vào quá trình dạy học là một hướng đi tất yếu và mang lại hiệu quả cao. Một trong số đó phải kể đến là phần mềm GeoGebra, với ưu thế tích hợp linh hoạt giữa đại số và hình học trực quan chính là công cụ mạnh mẽ để thay đổi phương thức tiếp cận. Trong chủ đề hệ BPT bậc nhất 2 ẩn, phần mềm này cho phép tự động hóa việc biểu diễn miền nghiệm và tính năng thanh trượt của GeoGebra cho phép HS có thể chủ động dịch chuyển đường thẳng mục

Email: nhung@ued.udn.vn

tiêu, quan sát sự thay đổi toạ độ của các đỉnh đa giác để tự mình khám phá và kiểm chứng phương án tối ưu. Lúc này, phần mềm GeoGebra không còn là một công cụ minh họa thụ động của giáo viên (GV) mà đã trở thành phương tiện học tập chủ động để HS thực hành toàn bộ quá trình mô hình hóa toán học. Vì vậy, nghiên cứu phát triển NL (PTNL) mô hình hóa toán học và NL sử dụng phần mềm GeoGebra trong hỗ trợ học tập về chủ đề hệ BPT bậc nhất hai ẩn là rất cần thiết, phù hợp với định hướng của Chương trình GDPT 2018 và có ý nghĩa về lí luận cũng như thực tiễn.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Cơ sở lí luận của vấn đề nghiên cứu

2.1.1. Năng lực, năng lực toán học, năng lực mô hình hóa toán học

a. *Năng lực*: Theo Chương trình GDPT “Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tổ chức sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể” (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018a).

b. *Năng lực toán học*: Là khả năng vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng, phương pháp và tư duy toán học để thực hiện thành công các hoạt động toán học và giải quyết các vấn đề đặt ra trong học tập cũng như thực tiễn (Nguyễn Bá Kim, 2015).

c. *Năng lực mô hình hóa toán học*: Theo Nguyễn Bá Kim (2015), quán triệt “quan điểm thực tiễn” trong dạy học Toán đòi hỏi GV phải làm cho HS hiểu rõ toán học có nguồn gốc từ thực tiễn và quay trở lại phục vụ, giải quyết các bài toán thực tiễn. Quá trình chuyển một vấn đề thực tế sang một bài toán toán học, tìm lời giải cho bài toán đó sau dịch chuyển kết quả ngược lại ngữ cảnh thực tế chính là bản chất của mô hình hóa toán học. Trong xu thế giáo dục hiện đại, yêu cầu cần đạt về 5 NL đặc thù khi học môn Toán bao gồm nhiều thành tố. Trong đó, NL mô hình hóa toán học được xem là một trong những NL thành phần cốt lõi, thể hiện rõ nét tính ứng dụng và giá trị thực tiễn của toán học. Đối với cấp Trung học phổ thông (THPT), yêu cầu cụ thể đối với NL trên được biểu hiện cụ thể như sau: Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b).

2.1.2. Bài toán tối ưu giải bằng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài toán tối ưu là bài toán tìm phương án tốt nhất (lớn nhất hoặc nhỏ nhất) trong số các phương án thỏa mãn những điều kiện cho trước. Trong thực tiễn, bài toán tối ưu xuất hiện ở nhiều lĩnh vực như sản xuất, kinh doanh, vận tải, xây dựng, nông nghiệp, quản lí tài nguyên và đời sống hằng ngày. Mục tiêu của bài toán tối ưu thường là tối đa hóa lợi nhuận, năng suất, hiệu quả sử dụng nguồn lực hoặc tối thiểu hóa chi phí, thời gian, nguyên vật liệu và các hao phí khác.

Một số bài toán thực tiễn có vai trò quan trọng trong việc hình thành NL mô hình hóa toán học qua thực tiễn, giúp HS nhận thấy ý nghĩa của toán học trong đời sống và nghề nghiệp tương lai (Nguyễn Bá Kim, 2015). Ví dụ: “Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 30 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 50 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?” (Mã đề 0101, đề thi môn Toán, kì thi tốt nghiệp THPT 2025). Cách xử lí thông thường khi chưa sử dụng mô hình toán học: Thử và kiểm tra, liệt kê các khả năng hay sử dụng kinh nghiệm. Tuy nhiên, HS THPT còn gặp một số khó khăn như sau: Khó chuyển đổi từ ngôn ngữ thực

tế sang ngôn ngữ toán học, khó xác định các điều kiện ràng buộc, sai sót khi vẽ các đường thẳng biên, khó nhận biết chính xác miền nghiệm, mất nhiều thời gian khi xác định tọa độ đỉnh miền nghiệm và khó hình dung sự thay đổi của hàm mục tiêu trên miền nghiệm,...

2.1.3. Về phần mềm GeoGebra

a. Sơ lược về phần mềm GeoGebra: GeoGebra là phần mềm hình học động, đại số, thống kê và vi tích phân dành cho việc hỗ trợ giáo dục toán học và khoa học trong trường học. Với khả năng trực quan hóa mạnh mẽ, GeoGebra cho người dùng phép vẽ đồ thị hàm số, phương trình, BPT và mô phỏng các đối tượng toán học một cách linh hoạt, sinh động. Đặc biệt, trong dạy học chủ đề Hệ BPT bậc nhất hai ẩn, GeoGebra hỗ trợ HS biểu diễn miền nghiệm, xác định các đỉnh miền nghiệm và tìm giá trị tối ưu trực quan, từ đó góp phần PTNL mô hình hóa toán học và NL sử dụng công cụ, phương tiện học toán cho HS (Molnár P., 2016). Trong dạy học môn Toán ở THCS và THPT, việc giúp HS tiếp cận khái niệm ngày càng trừu tượng là một thách thức lớn. Các phần mềm hình học động như GeoGebra góp phần tăng cường tính trực quan thông qua hình ảnh, màu sắc và các mô phỏng động, từ đó hỗ trợ HS liên hệ kiến thức toán học với thực tiễn và PTNL mô hình hóa toán học. Mặt khác giúp HS bồi dưỡng, rèn luyện và PTNL sử dụng công cụ và phương tiện học toán. Theo Nguyễn Bá Kim (2015), NL này thể hiện ở việc HS biết lựa chọn phương tiện (thước, máy tính bỏ túi hay phần mềm máy tính) phù hợp với nội dung bài học. Trong chủ đề hình học tọa độ và BPT, việc sử dụng các phần mềm toán học động giúp HS “nhìn thấy” cấu trúc hình học của đại số, từ đó giảm nhẹ gánh nặng tính toán thủ công để tập trung vào tư duy bậc cao. Các biểu hiện của NL này là: Nhận biết được tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các công cụ, phương tiện học toán (bảng tổng kết về các dạng hàm số, mô hình góc và cung lượng giác, mô hình các hình khối, bộ dụng cụ tạo mặt tròn xoay,...); Sử dụng được máy tính cầm tay, phần mềm, phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng Internet để giải quyết một số vấn đề toán học; Đánh giá được cách thức sử dụng các công cụ, phương tiện học toán trong tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b).

b. Cách thức sử dụng GeoGebra để thiết kế sản phẩm hình học trong dạy học bài toán tối ưu bằng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Trong dạy học nội dung ứng dụng hệ BPT bậc nhất hai ẩn xử lý bài toán tối ưu thực tế, GeoGebra được sử dụng theo một số cách như:

Biểu diễn miền nghiệm phức tạp một cách tức thời: Thay vì HS phải loay hoay xác định bờ đường thẳng, xét điểm thử $O(0;0)$ và dùng thước gạch sọc thủ công (dễ sai sót và mất thời gian), GeoGebra tự động tô màu miền nghiệm của cả hệ BPT. Có thể dùng công cụ  Polygon để HS có thể nhìn thấy ngay hình dạng của đa giác miền nghiệm (tam giác, tứ giác hay miền mở) một cách trực quan.

Có thể gán giá trị của hàm tối ưu bằng thanh trượt  Slider để có thể quan sát được giá trị hàm tối ưu khi đường thẳng tịnh tiến dần qua các đỉnh của đa giác miền nghiệm, từ đó rút ra kết luận.

Ý tưởng: Tình huống sau (bài 4, trang 26): Trong năm nay, một cửa hàng điện lạnh định kinh doanh hai loại máy điều hòa: điều hòa hai chiều và điều hòa một chiều với số vốn ban đầu không vượt quá 1,2 tỉ đồng (Hà Huy Khoái, 2022).

	Điều hòa hai chiều	Điều hòa một chiều
Giá mua vào	20 triệu đồng/1 máy	10 triệu đồng/1 máy
Lợi nhuận dự kiến	3,5 triệu đồng/1 máy	2 triệu đồng/1 máy

Cửa hàng ước tính rằng như cầu của thị trường sẽ không vượt quá 100 máy cả hai loại. Nếu là chủ cửa hàng thì em cần đầu tư kinh doanh vào mỗi loại bao nhiêu máy để đạt được lợi nhuận cao nhất?

Bước 1: Mô hình hóa bài toán thực tế: Phần mềm GeoGebra chỉ có thể hỗ trợ xác định miền nghiệm và tính toán tối ưu lợi nhuận, vì vậy, đầu tiên GV cần hướng dẫn HS tư duy để nhận diện dạng bài tập, đọc hiểu vấn đề thực tế, gọi các đại lượng cần xác định và highlight những dữ kiện để bài cho để có thể chuyển bài toán thực tế về bài toán thuần túy bằng cách lập hệ BPT hai ẩn phù hợp với những điều kiện thực tế.

Gọi x là số lượng máy điều hòa hai chiều của hàng cần nhập ($x \geq 0$).

Gọi y là số lượng máy điều hòa hai chiều của hàng cần nhập ($y \geq 0$).

Vì nhu cầu của thị trường không quá 100 máy nên ta có BPT theo 2 ẩn x, y là: $x + y \leq 100$.

Vì giá mua vào của máy hai chiều là 20 triệu đồng, máy một chiều là 10 triệu đồng và tổng số vốn không vượt quá 1,2 tỉ đồng (1 200 triệu đồng) nên ta có BPT theo 2 ẩn x, y là: $2x + y \leq 120$ | $x \geq 0; y \geq 0$.

Khi đó, lợi nhuận thu được khi bán được x máy điều hòa hai chiều và y máy điều hòa một chiều là biểu thức $F(x, y) = 3,5x + 2y$.

Như vậy hết bước này, GV đã hướng dẫn HS chuyển bài toán thực tế về bài toán thuần túy và yêu cầu tìm lợi nhuận cao nhất của đề bài thực ra về mặt toán học là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x, y) = 3,5x + 2y$ khi biết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $x + y \leq 100$ và $2x + y \leq 120$ | $x \geq 0; y \geq 0$.

Bước 2: Ta sẽ dùng phần mềm GeoGebra để hỗ trợ vẽ miền nghiệm và xác định giá trị lớn nhất của biểu thức lợi nhuận. 7 thao tác thực hiện như sau:

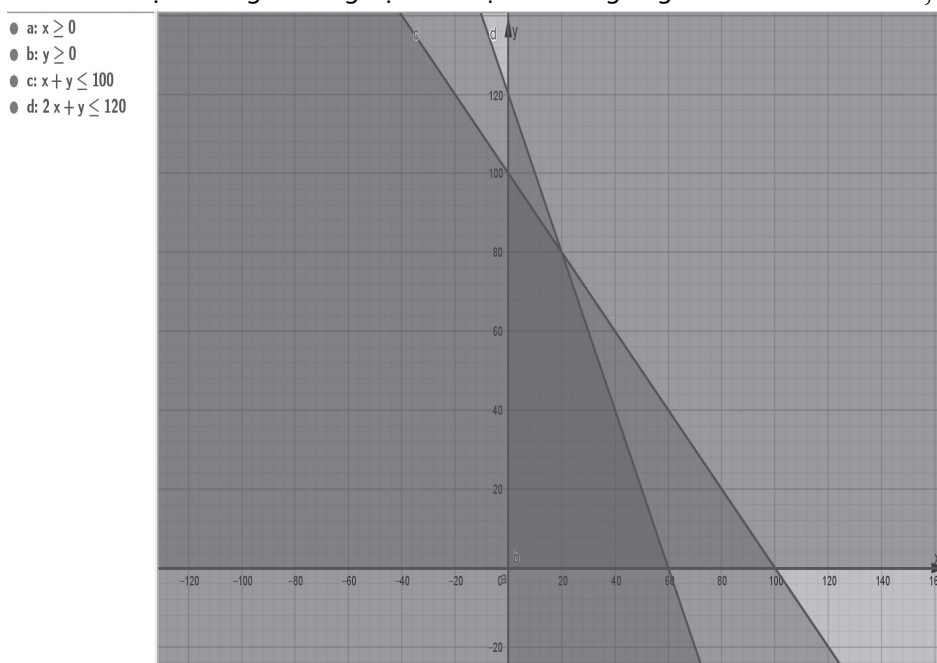
1) Nhập lệnh $x \geq 0$ tại thanh Input ta được một miền có tên là a .

2) Nhập lệnh $y \geq 0$ tại thanh Input ta được một miền có tên là b .

3) Nhập lệnh $x + y \leq 100$ tại thanh Input ta được một miền có tên là c .

4) Nhập lệnh $2x + y \leq 120$ tại thanh Input ta được một miền tô màu có tên là d .

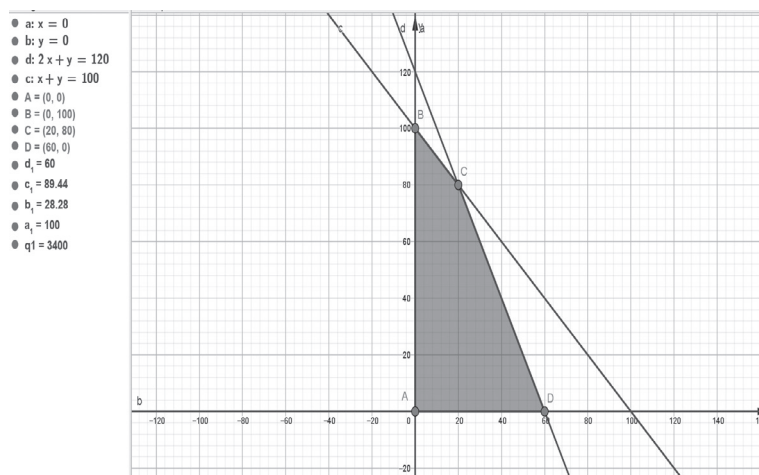
Đến đây ta sẽ nhìn được rõ ràng miền nghiệm của hệ BPT là đa giác giao nhau của 4 miền a, b, c, d .



5) Tại cửa sổ Algebra, nhấp đúp chuột vào từng dòng a, b, c, d đổi các dấu $\leq, \geq$ thành dấu $=$ tất cả.

6) Sử dụng công cụ Point click chuột vào đỉnh của đa giác miền nghiệm để xác định tọa độ.

7) Dùng công cụ (Polygon) để tô màu cho đa giác miền nghiệm.



Bước 3: Tính toán giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của biểu thức $F(x, y)$ sẽ đạt tại đỉnh của đa giác miền nghiệm (nhận xét ở trang 29, Toán 10, tập 1 Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống). Dựa vào hình vẽ ta xác định được tọa độ các đỉnh của miền nghiệm lần lượt là: $A(0;0)$, $B(0;100)$, $C(20;80)$, $D(60;0)$. Thay tọa độ 4 điểm vừa tìm được vào biểu thức $F(x, y) = 3,5x + 2y$ ta được giá trị của $F(x, y)$ tại từng điểm là: $F_A = 0$, $F_B = 200$, $F_C = 230$, $F_D = 210$. So sánh các giá trị F ở trên ta được $F_C = 230$ là lớn nhất tại vị trí $C(20;80)$.

Bước 4: Kết luận bài toán: Dựa vào các bước làm trên ta có thể khẳng định rằng cửa hàng cần đầu tư kinh doanh 20 máy điều hòa hai chiều và 80 máy điều hòa một chiều để lợi nhuận thu về là cao nhất có thể.

2.2. Tình hình phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh lớp 10 thông qua giải bài toán tối ưu bằng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra

Trong giai đoạn đổi mới giáo dục, những yêu cầu về đổi mới và tăng cường phát triển phẩm chất, NL của HS được nhấn mạnh mẽ trong Chương trình GDPT 2018. Đặc biệt đối với môn Toán, NL mô hình hóa toán học cùng với NL sử dụng công cụ và phương tiện học toán, trong đó có các phần mềm toán học như GeoGebra được xác định là hai thành tố quan trọng cần bồi dưỡng NL đặc thù cho HS để phát triển về tư duy logic và khả năng vận dụng kiến thức vào trong cuộc sống thực tiễn. Qua tìm hiểu 26 GV, 54 HS tại Trường THPT Nguyễn Duy Hiệu; THPT Phan Châu Trinh ở thành phố Đà Nẵng và 5 GV, 21 HS tại Trường THPT Lê Lợi, ở tỉnh Đắk Lắk năm học 2025-2026 cho thấy còn tồn tại rất nhiều bất cập, cả ở phía GV và HS.

2.2.1. Thuận lợi

Một số GV đã chuyển từ dạy học truyền thụ kiến thức truyền thống sang PTNL theo Chương trình GDPT 2018. Trong đó, năng lực mô hình hóa toán học được chú trọng thông qua các bài toán thực tiễn, đặc biệt ở chủ đề hệ BPT bậc nhất hai ẩn với các bài toán tối ưu hóa như tìm lợi nhuận lớn nhất, chi phí nhỏ nhất. Bên cạnh đó, GV nhận thức rõ vai trò của phần mềm GeoGebra trong hỗ trợ trực quan hóa và mô hình hóa toán học. Với đặc thù nghiệm là một miền hình học, GeoGebra giúp biểu diễn miền nghiệm và các đường biên nhanh chóng, chính xác hơn so với vẽ thủ công.

Học sinh hiện nay quen thuộc với các thiết bị công nghệ nên dễ dàng sử dụng GeoGebra sau thời gian ngắn làm quen. Việc học trở nên trực quan, sinh động hơn, đồng thời giúp các em kiểm chứng kết quả nhanh chóng và có nhiều thời gian tập trung phân tích ý nghĩa thực tiễn của bài toán.

2.2.2. Bất cập

Nhiều GV vẫn còn dạy theo lối truyền thống, bài tập nặng tính tính toán nên chưa phát triển tốt năng lực đọc hiểu và phân tích tình huống thực tiễn cho HS. Việc xây dựng các bài toán mô hình hóa phù hợp và đánh giá năng lực mô hình hóa ở từng giai đoạn vẫn là một thách thức.

Về phía HS, khó khăn chủ yếu là chuyển đổi ngữ cảnh thực tế thành các điều kiện toán học, để

nhằm lẫn các điều kiện ràng buộc hoặc không xác định được ẩn số thích hợp. Để nhầm lẫn giữa “tối đa”, “không quá” ứng với dấu “ $\leq$ ” hay “ $<$ ” hoặc bỏ sót đi các điều kiện thực tế hiển nhiên như “ $x \geq 0, y \geq 0$ ”). Ngoài ra, HS còn dễ gặp lúng túng khi đọc đề bài cho quá nhiều dữ kiện về kinh tế, về số lượng thực phẩm,..., HS không biết chọn đâu là ẩn số phù hợp để giải bài tập.

Bên cạnh đó, việc sử dụng GeoGebra ở một số lớp học còn mang tính trình diễn, HS ít được trực tiếp thao tác và khám phá. Một số em còn hạn chế về kĩ năng sử dụng phần mềm như nhập bất phương trình, điều chỉnh hệ trục tọa độ và quan sát miền nghiệm trong các bài toán thực tế.

2.3. Tổ chức một số hoạt động trải nghiệm qua khai thác bài toán tối ưu quy hoạch tuyến tính bằng phần mềm GeoGebra

Trong Toán 10, sau khi HS đã biết cách xác định miền nghiệm của một hệ BPT bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ (thường là một miền đa giác), bài toán thực tế tiếp theo là tìm cặp số $(x; y)$ thuộc miền nghiệm đó sao cho biểu thức tối ưu (tiền lãi hoặc chi phí) $F(x; y) = ax + by$ đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất. Theo chương trình, các giá trị này luôn đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác. Ta có thể sử dụng phần mềm GeoGebra tạo ra một ứng dụng trực quan mô tả miền đa giác và đường thẳng $(d): ax + by = c$. Khi thay đổi giá trị c bằng thanh trượt (slider), đường thẳng (d) sẽ dịch chuyển song song. Học sinh sẽ quan sát thấy thời điểm đường thẳng này “chạm” vào miền đa giác lần đầu tiên và lần cuối cùng trước khi rời đi đều nằm ở các đỉnh, từ đó tự khám phá ra quy tắc giải bài toán tối ưu. Sau đây là các bước GV tổ chức dạy học nhằm giúp HS tự kiểm chứng tại sao lại có nhận xét đó với sự hỗ trợ của phần mềm toán học GeoGebra:

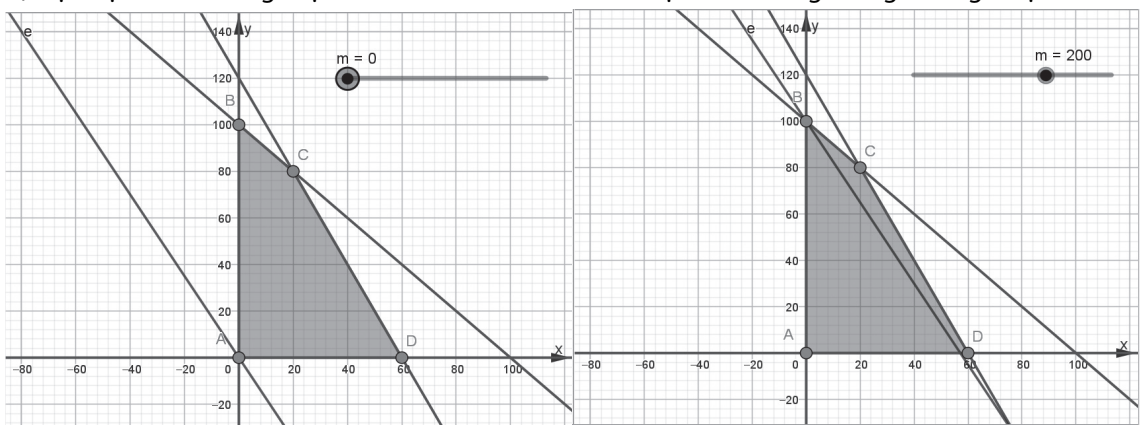
Bước 1: GV đề xuất nhiệm vụ: GV đặt câu hỏi “HS có thắc mắc tại sao giá trị nhỏ nhất (lớn nhất) của biểu thức $F(x; y) = ax + by$ luôn đạt tại một trong các đỉnh của đa giác miền nghiệm hay không? Liệu điều đó có thực sự đúng với mọi biểu thức, mọi bài toán hay không?”

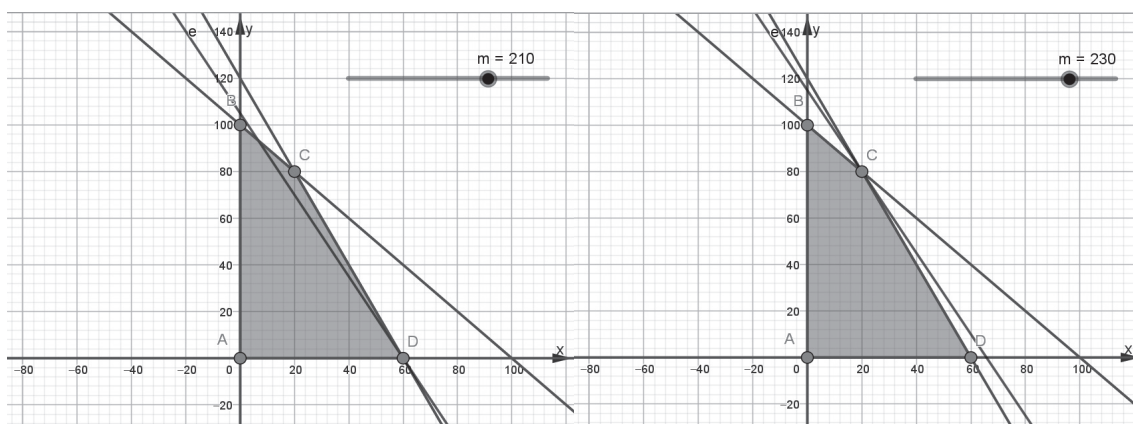
Bước 2: GV hướng dẫn cho HS tham gia trải nghiệm. GV mở file GeoGebra đã chuẩn bị sẵn (có thể lấy lại bài máy lạnh ở ví dụ trên để hướng dẫn cho HS). Trên màn hình hiển thị rõ miền đa giác nghiệm, tọa độ các đỉnh và GV chỉ cho HS kiểm chứng bằng thanh trượt  qua 3 thao tác:

1) Nhấn chọn biểu tượng  sau đó nhấp chuột tại một khoảng trống để mở ra hộp thoại Slider, sau đó điền *Name* $\rightarrow m$, *Min* $\rightarrow 0$, *Max* $\rightarrow 300$ (Vì các BPT có điều kiện là $x, y \geq 0$ nên ta sẽ điền min là 0, còn max thì ta có thể ước chừng để phù hợp với hệ bất phương trình), *Increment* $\rightarrow 0,2$ (cái này là khoảng cách trượt của thanh, ta thường chọn là 0,1; 0,2 hoặc 0,5).

2) Nhập lệnh $e: 3,5x + 2y = m$ tại thanh Input ta sẽ có đường thẳng lợi nhuận sẽ được gán giá trị theo m có tên là e , nếu ta kéo thanh giá trị m .

3) Gọi một HS lên bảng thực hành kéo thanh m và tìm vị trí để đường thẳng e có giá trị lớn nhất.





Bước 3: GV tổ chức phân tích: Từ việc quan sát chuyển động trên GeoGebra, HS dễ dàng thấy rằng đường thẳng luôn chạm vào đa giác ở một đỉnh đầu tiên nhỏ nhất (ứng với $m = 0$) và rời đi ở một đỉnh cuối cùng (ứng với m lớn nhất). GV yêu cầu HS tính thử giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh A, B, C, D rồi so sánh với kết quả chuyển động trên phần mềm để tự kiểm chứng mối liên hệ.

Bước 4: HS khái quát hóa: Dưới sự gợi mở của GV, HS tự rút ra bài học: “Để tìm giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = ax + by$ trên một miền nghiệm đa giác, ta chỉ cần tính giá trị của biểu thức tại các đỉnh của đa giác đó rồi chọn ra giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất”. Điều này giúp HS tiếp thu kiến thức một cách tự nhiên, hiểu rõ bản chất hình học của phương pháp thay tọa độ đỉnh thay vì học vẹt công thức.

3. Kết luận

Bài báo đã giải quyết trọn vẹn mục tiêu đặt ra thông qua việc hệ thống cơ sở lí luận về NL toán học, trọng tâm là NL mô hình hóa toán học và NL sử dụng công cụ, phương tiện học toán của HS lớp 10 theo định hướng của Chương trình GDPT 2018. Bằng việc chọn bài toán tối ưu thực tế thuộc chủ đề Hệ BPT bậc nhất hai ẩn, nghiên cứu đã tổ chức hoạt động trải nghiệm qua khai thác bài toán tối ưu quy hoạch tuyến tính theo quy trình 4 bước qua khai thác phần mềm toán học động GeoGebra sáng tạo, tường minh và có tính sư phạm cao. Kết quả nghiên cứu và việc thiết kế hoạt động trải nghiệm thử sai trực quan đã minh chứng, phần mềm GeoGebra không chỉ đóng vai trò công cụ minh họa trực quan thuận tiện cho GV mà đã thực sự trở thành phương tiện học tập chủ động để HS tự tìm tòi, khám phá và kiểm chứng kiến thức. Thông qua việc tương tác với thanh trượt tham số (Slider) và sự chuyển động tịnh tiến của đường thẳng lợi nhuận, HS đã tự mình phát hiện ra định lí về vị trí đạt cực trị của biểu thức tại các đỉnh đa giác, từ đó hiểu sâu sắc bản chất mối liên hệ giữa toán học thuần túy và các bài toán kinh tế, sản xuất trong đời sống thực tiễn. Tiến trình này góp phần giải quyết triệt để rào cản tâm lí của HS đối với bài toán liên môn và chuyển đổi ngôn ngữ phức tạp. Việc ứng dụng hợp lí, linh hoạt và sáng tạo phần mềm GeoGebra trong dạy học Hình học và Đại số lớp 10 là một hướng đi thiết thực, khả thi cao, đáp ứng yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học. Kết quả của đề tài là nguồn tư liệu tham khảo hữu ích cho các GV môn Toán THPT, đồng thời mở ra những hướng nghiên cứu tiếp theo về việc ứng dụng công nghệ thông tin nhằm tối ưu hóa một số chủ đề toán học khác trong Chương trình GDPT 2018.

Tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018a). *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT, ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình giáo dục phổ thông*, tr. 5, 37.
- Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018b). *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT, ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*, tr. 10, 11, 14-15.
- Hà Huy Khoái (tổng chủ biên), Cung Thế Anh, Nguyễn Huy Đoan (đồng chủ biên) và cộng sự (2021). *Toán 10-Bộ sách kết nối tri thức với cuộc sống* (tập 1). NXB Giáo dục Việt Nam, tr. 26, 29.
- Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, tr 68-69.
- Molnár, P. (2016). Solving a linear optimization word problems by using GeoGebra. *ICTE Journal*, Vol 14 No2, pp. 16-17.