

MỤC LỤC - CONTENTS

NGHIÊN CỨU - TRAO ĐỔI - RESEARCH & DISCUSSION

- 3 Vũ Minh Giang:** Cách mạng Tháng Tám và khát vọng đi tới phồn vinh của dân tộc Việt Nam – The August Revolution and the aspiration for prosperity of the Vietnamese nation.
- 7 Nguyễn Duy Bình - Trịnh Thị Hương:** Cuộc chiến tranh xâm lược của Mĩ ở Việt Nam: 50 năm nhìn lại – The U.S. war of aggression in Vietnam: 50 years of retrospection.
- 13 Nguyễn Văn Biểu:** Những hoạt động và cống hiến của đồng chí Trần Quý Kiên trong Cách mạng Tháng Tám năm 1945 – Activities and contributions of comrade Trần Quý Kiên in the August Revolution of 1945.
- 19 Đỗ Văn Đạo:** Tư tưởng Hồ Chí Minh về “lấy dân làm gốc” và sự vận dụng của Đảng trong công tác an sinh xã hội ở Việt Nam – Ho Chi Minh’s thought on “taking people as the root” and the Party’s application in social security work in Vietnam.
- 24 Trương Vĩnh Khang:** Vận dụng tư tưởng Hồ Chí Minh về đạo đức cách mạng trong xây dựng đội ngũ nghiên cứu khoa học pháp lý tại Viện Nhà nước và Pháp luật – Applying Ho Chi Minh’s ideology on revolutionary morality in building a contingent of legal science researchers at the Institute of State and Law.
- 30 Đỗ Thị Tâm:** Tăng cường xây dựng Đảng về chính trị, tư tưởng trong giai đoạn mới – Strengthening Party building in politics and ideology in the new period.
- 35 Khuất Thị Vang:** Một số quan điểm sai trái, thù địch đang tấn công vào quá trình xây dựng chủ nghĩa xã hội ở Việt Nam và trách nhiệm của lực lượng Công an nhân dân – Some false hostile views are attacking the process of building socialism in Vietnam and the responsibility of the People’s Public Security force.
- 41 Đào Thị Hằng:** Vận dụng nguyên lý về mối liên hệ phổ biến của Triết học Mác-Lênin vào phát triển kinh tế tư nhân ở Việt Nam hiện nay – Applying the principle of universal connection of Marxist-Leninist philosophy to private economic development in Vietnam today.
- 46 Đỗ Thị Thu Phương:** Tổng quan các nghiên cứu về đặc điểm tâm lý, xã hội của trẻ em trong các gia đình đơn thân và một số khuyến nghị từ góc nhìn công tác xã hội – Overview of research on the psychological and social characteristics of children in single-parent families and some recommendations from a social work perspective.
- 52 Mai Hồng Đào:** Quy tắc trong tình bạn của học sinh trung học cơ sở – The rules in the friendship of middle school students.
- 59 Lê Thị Thảo Nguyên:** Nhận diện sớm những biểu hiện về khả năng nghiên cứu khoa học của sinh viên chuyên ngành Tâm lý học – Early detection of indicators of scientific research competence in Psychology major students.
- 64 Trịnh Thái Quang:** Hành vi phòng ngừa rủi ro trên mạng cho trẻ em trong độ tuổi trung học cơ sở của cha mẹ ở Hà Nội – Parents’ online risk prevention behaviors for secondary school aged children in Hanoi.
- 70 Nguyễn Thị Hải Hà – Nguyễn Thanh Hưng:** Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh lớp 10 thông qua xây dựng tình huống dạy học chủ đề vectơ – Developing mathematical problem-solving competency for the 10th-grade students through building teaching situations based on the vector topic.
- 77 Lê Bùi Quỳnh Chi – Nguyễn Thanh Hưng – Bùi Thị Hải Yến:** Vẽ đường phụ trong hình học phẳng góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo cho học sinh ở trường trung học cơ sở – Drawing auxiliary lines in plane geometry contributes to developing problem-solving and creative capacity for students at junior high schools.
- 84 Phạm Thanh Việt:** Mô hình lớp học đảo ngược tích hợp AI và gắn kết doanh nghiệp trong giảng dạy Tiếng Anh: quy trình hoạt động, thuận lợi và thách thức – An integrated flipped classroom model with artificial intelligence and enterprise engagement in English language teaching: operational process, advantages, and challenges.
- 91 Tạ Thị Thanh Thủy – Phạm Thị Tâm:** Giáo dục công tác xã hội theo định hướng phát triển bền vững: mô hình tích hợp đào tạo lý thuyết và thực hành tại Khoa Công tác xã hội, Trường Đại học Khoa học Xã hội và Nhân văn, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh – Social work education in the orientation toward sustainable development: An integrated model of academic and practical training at the Faculty of Social Work, University of Social Sciences and Humanities, Vietnam National University Ho Chi Minh City.
- 99 Ngô Anh Thư – Hồ Thị Minh Phương:** Khai thác phần mềm GeoGebra trong dạy học ứng dụng tích phân tính thể tích khối tròn xoay ở chương trình Toán 12 – Utilizing GeoGebra software in teaching the application of integrals to calculate the volume of solids of revolution in Grade 12 Mathematics.
- 104 Luyện Thị Hồng Hạnh:** Phát triển nguồn nhân lực chất lượng cao trong bối cảnh hội nhập quốc tế – Developing high quality human resources in the context of international integration.
- 109 Nguyễn Thị Nga:** Vấn đề đọc sách của sinh viên Trường Đại học Thủy lợi hiện nay – thực trạng và giải pháp – The issue of reading habits among students at Thuyloi University today – current situation and solutions.
- 115 Nguyễn Thị Mai Phương:** Đổi mới phương pháp dạy và học các môn Lý luận chính trị tại Trường Đại học Kỹ thuật - Hậu cần Công an nhân dân theo hướng tiếp cận năng lực – Innovating teaching and learning methods of political theory subjects at the People’s Police University of Technology and Logistics towards a competency approach to meet integration requirements.
- 121 Nguyễn Khánh Tân:** Quan niệm quê hương đất nước trong *Quốc âm thi tập* của Nguyễn Trãi – Concept of homeland and country in Nguyen Trai’s National Poetry Collection.
- 126 Diệp Thị Hồng Phước:** Vai trò của ngân hàng để trong nâng cao chất lượng giảng dạy tại Trường Đại học Bạc Liêu – The role of item banks in enhancing teaching quality at Bac Lieu University.
- 132 Tạ Thị Thúy Ngân:** Nâng cao chất lượng dạy học các môn Lý luận chính trị tại Trường Đại học Hải Dương trong bối cảnh cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0 – Improving the quality of teaching political theory subjects at Hai Duong University in the context of the 4.0 industrial revolution.
- 137 Trịnh Thị Chuyên – Vũ Thị Lương:** Ứng dụng công cụ AI trong phát hiện đạo văn: trải nghiệm, nhận thức và bài toán đạo đức trong giáo dục đại học – AI in plagiarism detection: insights into experience, perception, and ethical challenges in higher education.
- 143 Ngô Trúc Phương – Trần Thị Hải Yến:** Dạy học trải nghiệm nội dung “thống kê” ở lớp 6 – Experiential learning of statistical content for 6th graders.
- 149 Nguyễn Thị Mỹ Linh – Hà Văn Toán:** Phát triển năng lực văn học cho học sinh lớp 4 trong dạy học môn Tiếng Việt – Developing literary competence for grade 4 students in Vietnamese language teaching.
- 154 Trương Thị Tuyết:** Xây dựng và phát triển hệ thống bài tập mở rộng vốn từ theo chủ điểm trong dạy học môn Tiếng Việt cho học sinh lớp 2 – Building and developing a system of exercises to expand vocabulary by topic in teaching Vietnamese for grade 2 students.

- 161 Nguyễn Thị Thanh Tâm:** Dạy học theo định hướng phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho sinh viên ngành Sư phạm Ngữ văn, Trường Đại học Hải Dương – Teaching towards developing problem-solving and discovery capacity for students of Literature Pedagogy at Hai Duong University.
- 167 Nguyễn Thị Hải Vân:** Nâng cao chất lượng chương trình đào tạo ngành Sư phạm Địa lý tại Trường Đại học Hải Dương - Improving the quality of the Geography Pedagogy training program at Hai Duong University.
- 172 Hồ Ngọc Châm:** Cách tiếp cận lý thuyết trong nghiên cứu nhận thức, thái độ, hành vi khám chữa bệnh từ xa – Theoretical approaches in studying perceptions, attitudes, and behaviors of telehealth.
- 177 Nguyễn Thị Thùy Linh:** Một số yếu tố ảnh hưởng đến việc sử dụng các phương tiện truyền thông đại chúng của người cao tuổi nông thôn: nhìn từ kết quả nghiên cứu định tính tại xã Trường Thịnh, huyện Ứng Hòa, Hà Nội – Factors influencing the use of mass media by rural older adults: insights from a qualitative study in Truong Thinh Commune, Ung Hoa District, Hanoi.
- 182 Nguyễn Ngọc Đan Thanh – Nguyễn Khắc Quốc:** Đề xuất mô hình dạy học thiết kế web dựa trên khung năng lực AI của UNESCO – A proposed web design teaching model based on the UNESCO AI competency framework.
- 188 Nguyễn Thị Học:** Hiệu quả giáo dục đạo đức cho học sinh, sinh viên Trường Cao đẳng Kinh tế Công nghiệp Hà Nội – The effectiveness of moral education for students of Hanoi College of Industry and Economics.
- 194 Lê Thị Tường Vi:** Tận dụng công nghệ AI trong chiến lược marketing cá nhân hóa cho giáo dục đại học tối ưu hóa trải nghiệm học tập và tuyển sinh – Leveraging AI technology in marketing strategy personalization for optimized higher education learning experience and recruitment.
- 199 Nguyễn Thị Hoàng Yến – Trần Thị Kim Huệ – Võ Thanh Hương:** Biện pháp phát triển năng lực thích ứng nghề nghiệp cho sinh viên ngành Giáo dục Mầm non, Trường Đại học Trà Vinh – Measures to develop career adaptability competence for students majoring in Preschool Education at Tra Vinh University.
- 205 Trần Xuân Vinh:** Một số vấn đề lý luận và thực tiễn về giảng dạy nội dung thực hành cho sinh viên trong học tập môn học Giáo dục quốc phòng và an ninh tại Học viện Cảnh sát nhân dân – Some theoretical and practical issues in teaching practical contents to students in the subject of National Defense and Security Education at the People's Police Academy.
- 210 Nguyễn Thị Thắm:** Phát huy vai trò của đảng viên đối với công tác xây dựng Đảng trong giai đoạn hiện nay – Promoting the role of party members in Party building work in the current period.
- 215 Hồ Thị Nhâm:** Thực tiễn công tác giáo dục, chăm sóc sức khỏe và bảo vệ trẻ em trên địa bàn thành phố Đà Nẵng hiện nay – The current practice of education, healthcare, and child protection in Da Nang City.
- 220 Nguyễn Thanh Sơn:** Nâng cao hiệu quả phổ biến, giáo dục pháp luật về an ninh, trật tự góp phần nâng cao ý thức pháp luật cho sinh viên các trường đại học trong giai đoạn chuyển đổi số hiện nay – Improving the effectiveness of dissemination and education of laws on security and order contributes to raising legal awareness for university students in the current digital transformation period.
- 225 Dương Thị Bích:** Nâng cao kỹ năng nói tiếng Anh cho học sinh, sinh viên Trường Cao đẳng Kinh tế Công nghiệp Hà Nội hiện nay – Improving English speaking skills for students at Hanoi College of Industry and Economics today.
- 230 Nguyễn Quang Tuấn:** Sử dụng dịch vụ khám sức khỏe trước khi kết hôn của các cặp vợ chồng trẻ ở nông thôn hiện nay và một số vấn đề đặt ra – Premarital health service utilization among young couples in rural areas today and related issues.
- 236 Mai Thị Minh Ngọc:** Các yếu tố ảnh hưởng đến thực hiện quản trị quốc gia ở Việt Nam – Factors affecting the implementation of national governance in Vietnam.
- 242 Dương Thị Hà – Mạc Văn Giang:** Nâng cao trải nghiệm học tập và hiệu quả đào tạo tại Khoa Cơ khí, Trường Đại học Sao Đỏ – Enhancing learning experiences and training effectiveness at the Faculty of Mechanical Engineering, Sao Do University.
- 248 Đặng Thu Hà:** Một số kiến nghị hoàn thiện quy định pháp luật về nhượng quyền thương mại – Some recommendations to improve legal regulations on franchising.
- 254 Lưu Ngọc Ánh:** So sánh quy định của pháp luật hình sự Việt Nam và Thụy Điển về các tội phạm xâm phạm trật tự quản lý hành chính – Comparing Vietnamese Criminal Code with Swedish Criminal Code about offences against administrative management order.
- 260 Nguyễn Thị Minh Anh:** Bảo hộ quyền sở hữu công nghiệp đối với nhãn hiệu theo quy định của pháp luật quốc tế và sự tương thích của pháp luật Việt Nam – Protection of industrial property rights for trademarks under international law and the compatibility of Vietnamese law.
- 266 Trần Thị Thu Hà – Nguyễn Thị Hồng Thúy:** Hoàn thiện quy định của Bộ luật Tố tụng hình sự về biện pháp đặt tiền để bảo đảm – Completing the provisions of the Criminal Procedure Code on the measure of depositing money to secure.
- 271 Vũ Quảng:** Hoàn thiện pháp luật về pháp nhân thương mại tại Việt Nam đáp ứng yêu cầu của kỷ nguyên mới – Improving the law on commercial legal entities in Vietnam to meet the demands of the new era.
- 277 Phạm Võ Ái Như – Trần Quý Hoàng:** Cơ chế phòng vệ thương mại trong Hiệp định RCEP - cơ hội, thách thức và kiến nghị đối với pháp luật Việt Nam – Trade remedies under the RCEP agreement: opportunities, challenges, and legal recommendations for Vietnam.
- 283 Nguyễn Minh Thư – Nguyễn Đăng Châu Anh:** Giáo dục thực hành pháp luật tại Úc và kinh nghiệm cho Việt Nam – Clinical legal education in Australia and lessons for Vietnam.
- 290 Nguyễn Thị Thu Hằng:** Xử lý tội phạm sản xuất, buôn bán thực phẩm chức năng giả trong Bộ luật Hình sự năm 2015 – Handling the crime of producing and trading fake functional foods in the 2015 Penal Code.
- 296 Phạm Thị Thúy Liễu:** Thực trạng xác lập giao dịch dân sự giả tạo trong mua bán bất động sản hiện nay – The current situation of establishing fake civil transactions in real estate sales.
- 301 Trần Trọng Sơn:** Hậu quả pháp lý của hợp đồng chuyển nhượng quyền sử dụng đất vô hiệu theo pháp luật Việt Nam – Legal consequences of invalid land use right transfer contracts under Vietnamese law.
- 305 Phùng Thanh Thảo – Phạm Thị Thu Huyền:** Vai trò của xã hội học pháp luật trong hoàn thiện chính sách và pháp luật ở Việt Nam trong bối cảnh chuyển đổi số – The role of legal sociology in improving policy and law in Vietnam in the context of digital transformation.
- 311 Nguyễn Thành Luân – Trần Thị Minh Hương:** Mô hình bảo hiểm nông nghiệp ở Thái Lan và một số gợi ý cho mô hình bảo hiểm ở Việt Nam – Agricultural insurance model in Thailand and some suggestions for insurance model in Vietnam.
- 318 Trần Linh Huân - Trần Minh Chương:** Nâng cao hiệu quả giám sát của Hội đồng nhân dân trong tổ chức chính quyền đô thị tại Thành phố Hồ Chí Minh – Enhancing the supervisory effectiveness of the People's Council in the organization of urban government in Ho Chi Minh City.
- 324 Đinh Thị Bích Thu:** Đổi mới tổ chức và hoạt động của các đơn vị sự nghiệp công lập: thực tiễn trong lĩnh vực y tế và giáo dục tại tỉnh Đắk Lắk – Reforming the organization and operation of public service units: practices in the health and education sectors in Đắk Lắk Province.

KHAI THÁC PHẦN MỀM GEOGEBRA TRONG DẠY HỌC ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY Ở CHƯƠNG TRÌNH TOÁN 12

NGÔ ANH THƯ
HỒ THỊ MINH PHƯƠNG
Khoa Sư phạm, Trường Đại học Quy Nhơn

Nhận bài ngày 3/7/2025. Sửa chữa xong 05/8/2025. Duyệt đăng 07/8/2025.

Abstract

This article analyzes the difficulties in teaching the topic of solids of revolution in the 12th-grade Mathematics curriculum, highlighting the role of GeoGebra software in visualizing the process of forming such solids and the integral formulas for calculating their volumes. Based on this, the paper proposes the design and organization of several teaching activities using GeoGebra in a constructive, visual, logical, and engaging manner. The results indicate that GeoGebra not only helps students better visualize three-dimensional space and gain deeper conceptual understanding but also contributes to innovating teaching methods, thereby enhancing students' activeness and creativity.

Keywords: GeoGebra, volume of revolution, integral, mathematics.

1. Đặt vấn đề

GeoGebra là một phần mềm hình học động, nổi tiếng với sự đa nhiệm khi kết hợp linh hoạt giữa hình học, đại số, thống kê và giải tích. Với mã nguồn mở, miễn phí, giao diện thân thiện, GeoGebra đang là một công cụ sư phạm mạnh mẽ và ngày càng được sử dụng phổ biến trong dạy học Toán. Nhiều nghiên cứu khẳng định GeoGebra giúp học sinh (HS) phát triển tư duy trực quan, thông hiểu sâu sắc các khái niệm Toán học trừu tượng và tạo điều kiện để các em khám phá, phát hiện kiến thức mới thông qua tương tác linh hoạt với các đối tượng toán học [2], [4].

Ứng dụng tích phân tính thể tích khối tròn xoay là một trong những miền kiến thức quan trọng ở chương trình Toán 12 nhưng cũng đầy thách thức với khả năng hình dung hình ảnh trong không gian của HS, thậm chí khiến cả giáo viên (GV) gặp khó khăn trong quá trình giảng dạy. Truyền thống dạy học dựa trên hình vẽ tĩnh, tập trung cung cấp công thức và diễn giải máy móc thuật toán không còn đáp ứng được nhu cầu tiếp cận đa chiều và trực quan của HS hiện nay. Do đó, cần có những công cụ hỗ trợ giúp HS hình dung, khám phá và hiểu bản chất toán học một cách sinh động, trực tiếp hơn.

Xuất phát từ những lý do nêu trên, bài viết này hướng tới hai mục tiêu chính: 1) Nghiên cứu nội dung thể tích khối tròn xoay trong dạy học, từ đó khai thác phần mềm GeoGebra hỗ trợ giảng dạy nội dung này theo hướng trực quan hóa và phát triển tư duy toán học của HS; 2) Đề xuất cách tích hợp phần mềm GeoGebra trong thiết kế và tổ chức hoạt động dạy học chủ đề này, phù hợp với định hướng phát triển năng lực cho HS.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Tổng quan về nội dung thể tích khối tròn xoay trong chương trình Toán 12

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 [10], nội dung thể tích khối tròn xoay được dạy trong phần ứng dụng tích phân với mục tiêu giúp HS biết thiết lập công thức tính thể tích khối

Email: ngoanhthu215587179@gmail.com

tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng quanh một trục cố định, đồng thời vận dụng thành thạo công thức này để giải quyết các bài toán thực tiễn thuộc đa dạng các lĩnh vực. Từ đó, trau dồi khả năng tư duy hình học không gian, phát triển năng lực mô hình hóa, giải quyết vấn đề và sử dụng công cụ toán học của HS. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng HS thường gặp khó khăn khi học kiến thức này, đặc biệt trong việc xác định miền phẳng dùng để quay, hình dung tiến trình và hình dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng quanh trục hoành cũng như thiết lập chính xác công thức tích phân để tính thể tích. Một số khảo sát cho thấy HS gặp khó khăn ở các kỹ năng vẽ đồ thị, chuyển từ hình 2D sang 3D, thực hiện phép tính tích phân,... với lý do chủ yếu xuất phát từ sự hạn chế về mặt tư duy không gian trong việc hình dung khối tròn xoay khi quay [3], [5].

Ngoài ra, các bộ sách giáo khoa Toán hiện hành ở Việt Nam phần lớn mới dừng lại ở việc cung cấp sẵn công thức tích phân tính thể tích, thay vì chú trọng giúp HS hiểu cách xây dựng phép tính thông qua tiếp cận trực quan và lập luận từ tổng Riemann, từ đó hình thành công thức tính thể tích bằng tích phân một cách tự nhiên, dễ hiểu. Hạn chế này dẫn đến việc HS thường dựa vào các quy trình đã học thuộc để thiết lập biểu thức tích phân và vận dụng công thức một cách máy móc [6]. Để khắc phục những khó khăn trên, hầu hết các nghiên cứu khuyến nghị tích hợp công nghệ như một phương tiện hỗ trợ nhận thức [3], [6], giúp HS trực quan hóa quá trình hình thành khối tròn xoay. Trong đó, đặc biệt phải kể đến phần mềm hình học động GeoGebra - một công cụ hiệu quả, hỗ trợ HS khám phá, tìm hiểu khái niệm, các công thức toán liên quan đến Tích phân và ứng dụng của nó vào tính thể tích khối tròn xoay một cách sinh động, dễ hiểu [4].

2.2. Cách thức sử dụng GeoGebra thiết kế các sản phẩm hình học động dạy học thể tích khối tròn xoay

Trong dạy học nội dung ứng dụng tích phân tính thể tích khối tròn xoay, GeoGebra có thể được sử dụng theo nhiều cách như:

- + Mô phỏng quá trình tạo khối tròn xoay: Phần mềm hỗ trợ xác định hình phẳng và giúp HS thuận lợi hình dung tiến trình quay hình phẳng quanh trục hoành để tạo thành khối tròn xoay.

- + Trực quan hóa hình dạng thiết diện: Với sự linh hoạt trong điều chỉnh góc quan sát trong không gian 3D, HS dễ dàng xác định hình dáng mặt cắt khi cắt khối tròn xoay bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x .

- + Tính thể tích các khối hình: GeoGebra hỗ trợ tính tự động và nhanh chóng thể tích của các khối hình cơ bản.

Bài toán: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

a. Khi quay hình phẳng này xung quanh trục hoành Ox ta được vật thể là khối gì? Tính thể tích của vật thể đó?


b. Khi cắt khối nón bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x (0 \leq x \leq 4)$ thì mặt cắt thu được là hình gì? Tính diện tích mặt cắt $S(x)$ đó?

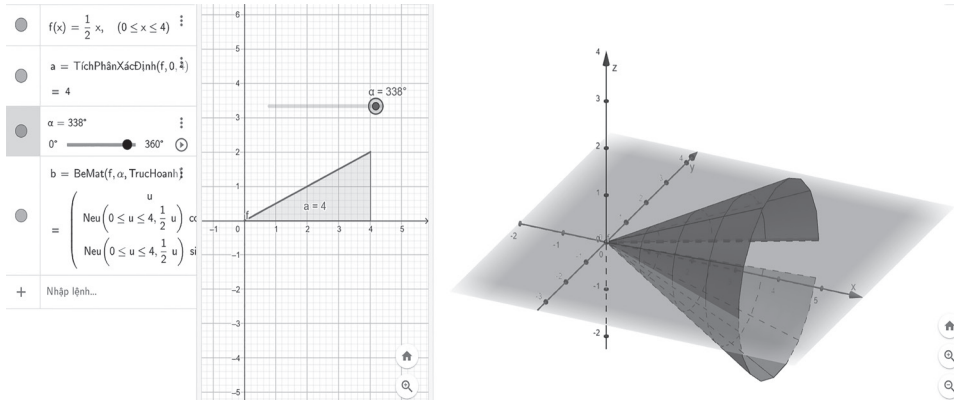
Các bước thực hiện bài toán trên với GeoGebra như sau:

Bước 1: Nhập lệnh: Hàm số $(\frac{1}{2}x, 0, 4)$, ta được hàm số có tên f.

Bước 2: Nhập lệnh: Tích phân xác định(f, 0,4) để xác định hình phẳng (H).

Bước 3: Tạo thanh trượt góc α có phạm vi từ 0° đến 360° với số gia 1.

Bước 4: Nhập lệnh: BeMat(f, α , TrucHoanh). Kéo thanh trượt  để tạo mặt tròn xoay như hình 1.



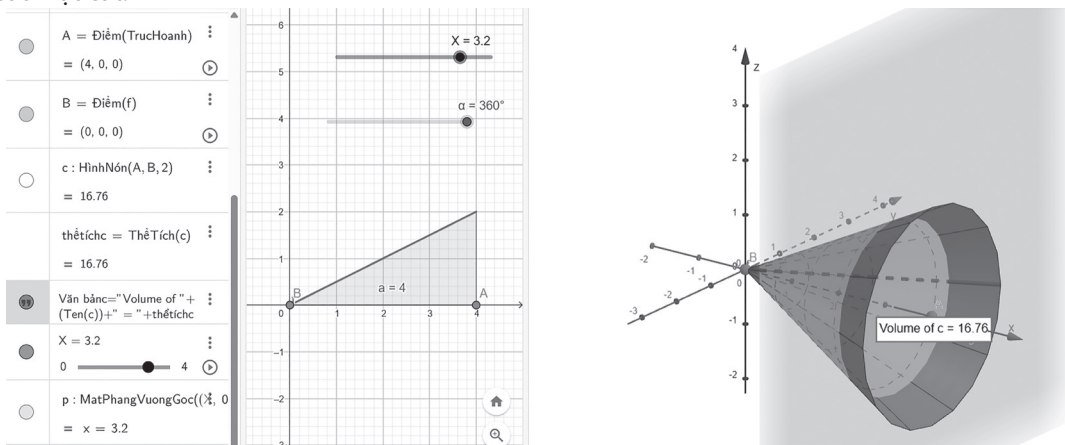
Hình 1: Mô phỏng quá trình tạo thành khối tròn xoay

Bước 5: Chọn => Chọn Hình nón => Nhấp chọn tâm đáy là điểm (4,0,0) và đỉnh khối nón tại gốc O => Nhập bán kính 2. Ta được khối chóp cần xác định.

Bước 6: Chọn => Chọn Volume => Nháy chuột vào khối nón ta được thể tích xấp xỉ 16,76.

Bước 7: Chọn để tạo tham số X có phạm vi từ 0 đến 4 với số chia là 0.1

Bước 8: Nhập lệnh: MatPhangVuongGoc(X,0,0), TrucHoanh). Kéo thanh trượt để HS quan sát mặt cắt.



Hình 2: Quan sát mặt cắt và tính nhanh thể tích của khối nón bằng GeoGebra

2.3. Sử dụng GeoGebra hỗ trợ thiết kế một số hoạt động dạy học công thức tính thể tích khối tròn xoay

2.3.1. Hoạt động khởi động

Giáo viên tổ chức cho HS giải quyết câu a) của bài toán trên trong một khoảng thời gian giới hạn. Sau khi HS thực hiện xong, GV hướng dẫn HS cách xác định hình phẳng (H) bằng phần mềm GeoGebra và trực quan hóa quá trình tạo thành vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục O_x (hình 1). Tiếp đến, GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính thể tích khối nón đã được học và áp dụng công thức vừa nêu để tính thể tích khối nón. Đồng thời, GV sử dụng chức năng tính thể tích của phần mềm để xác định thể tích khối nón và đối chiếu với kết quả tính của HS.

Dựa trên hình ảnh miêu tả sinh động, HS dễ dàng nhận thấy vật thể tạo thành là khối nón, từ đó sử dụng công thức tính thể tích khối nón đã được học giải quyết yêu cầu đề bài. Trên cơ sở đó, GV đặt vấn đề: *Vi sao thể tích của khối chóp được tính bằng công thức $\frac{1}{3} S_{\text{đáy}} h$. Làm sao hình thành được công thức*

này? Câu trả lời sẽ được giải đáp trong bài học hôm nay “Ứng dụng tích phân tính thể tích vật thể”.

2.3.2. Hoạt động hình thành công thức

Ở giai đoạn này, GV hướng dẫn HS hình thành công thức tính thể tích khối nón ở bài toán 1 bằng tích phân. Tương tự như ý tưởng trong bài toán tìm diện tích hình thang cong, ở đây chúng ta sẽ chia khối tròn xoay thành n lát mỏng bởi các mặt phẳng cắt vuông góc và xấp xỉ từng lát cắt bằng một khối trụ. Từ đó, chúng ta có thể ước tính thể tích của khối tròn xoay thông qua việc tính giới hạn của tổng thể tích n khối trụ. Để hiện thực hóa ý tưởng này, GV tổ chức HS làm việc nhóm và trả lời các câu hỏi sau:

Chia đoạn $[0; 4]$ thành n phần bằng nhau bởi các điểm chia: $x_0 = 0, x_1 = 0 + \frac{4}{n}, x_2 = 0 + \frac{8}{n}, \dots,$
 $x_{n-1} = 0 + \frac{4(n-1)}{n}, x_n = 0 + \frac{4n}{n} = 4.$

Gọi L_n là thể tích của khối trụ dựng trên đoạn $[x_{n-1}; x_n]$ với bán kính đáy là $f(x_n)$. Tức là:
 + L_1 là thể tích của khối trụ dựng trên đoạn $[x_0; x_1]$ với bán kính đáy là $f(x_1)$.
 + L_2 là thể tích của khối trụ dựng trên đoạn $[x_1; x_2]$ với bán kính đáy là $f(x_2)$.
 + ...

1) Nêu công thức tính thể tích L_n ? Tính tổng thể tích của n khối trụ trong các trường hợp sau: $n = 4, n = 8$. Em có nhận xét gì về tổng thể tích ở hai trường hợp trên với thể tích của khối nón.

2) Đặt $V_n = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$. Chứng minh rằng: $V_n = \frac{4}{n} \pi [f^2(x_1) + f^2(x_2) + \dots + f^2(x_n)]$.

3) Nhận xét về mối liên hệ giữa thể tích của khối nón với giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.

Sau khi các nhóm thảo luận và báo cáo sản phẩm hoạt động, GV sử dụng công cụ GeoGebra để trực quan hóa cách tính tổng thể tích hình trụ này và đối chiếu với kết quả sản phẩm của HS. Cụ thể thực hiện GeoGebra như sau:

+ Nhập lệnh: $\Delta x = \frac{4}{n}$, đây chính là độ cao của các hình trụ.

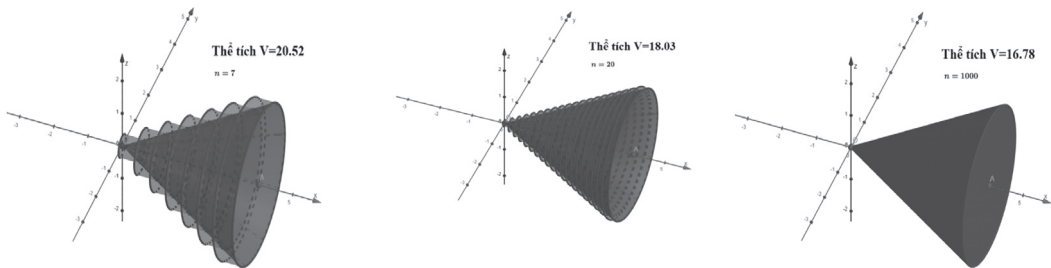
+ Để dựng n hình trụ có độ cao bằng nhau, ta sử dụng lệnh:

Dãy số (Expression, Biến số, Số liệu bắt đầu, Số liệu kết thúc). Trong đó, ta thay "Expression" bởi câu lệnh: Hình Trụ (Điểm, Điểm, Bán kính). Do đó, ta nhập lệnh như sau:

list=Dãy Số (Hình Trụ ((0+k Δx,0,0),(0+(k+1) Δx, 0, 0), f(0+(k+1)Δx)), k, 0, n-1)

+ Kéo thanh trượt $n=7$ để quan sát các hình trụ được tạo thành.

+ Để tính tổng thể tích của các hình trụ ta nhập lệnh: Tong(list).



Hình 3: Tổng thể tích n khối trụ trong trường hợp $n = 7, n = 100, n = 1000$

Với hình ảnh minh họa trực quan sinh động từ phần mềm GeoGebra, HS dễ dàng nhận thấy khi n càng lớn thì tổng thể tích của các hình trụ ngày càng gần bằng thể tích của khối nón mà chúng ta đã

tính được ban đầu là $\frac{16\pi}{3} \approx 16,76$. Vì vậy, để giúp HS tiếp tục hình thành công thức tính thể tích khối tròn xoay bằng tích phân, GV yêu cầu HS trả lời các câu hỏi sau: “Tính $\int_0^4 \pi f^2(x) dx$ So sánh giá trị này với $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$? Từ đó kết luận về thể tích của khối nón?”

Dựa trên kết quả của hoạt động vừa thực hiện, GV dẫn dắt và hướng dẫn HS đưa ra được công thức tính thể tích khối tròn xoay bằng tích phân trong trường hợp tổng quát khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành. Sau khi HS nắm được công thức tính, GV có thể giao bài tập về nhà cho HS sử dụng công thức tích phân đã học để tính thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h , từ đó giúp các em trả lời cho câu hỏi phần khởi động, đồng thời hiểu sâu hơn bản chất của công thức và rèn luyện kỹ năng vận dụng tích phân vào tính thể tích khối tròn xoay trong các bài toán thực tế.

3. Kết luận

Thông qua phân tích những khó khăn khi giảng dạy và học tập nội dung thể tích khối tròn xoay trong chương trình Toán 12, bài báo đã làm rõ chức năng vượt trội của GeoGebra trong việc trực quan hóa quá trình tạo thành khối tròn xoay và xây dựng công thức tính thể tích bằng tích phân. Trên cơ sở đó, kết hợp với việc khai thác các tính năng linh hoạt của GeoGebra, bài báo đề xuất một hướng triển khai sát thực trong thiết kế và tổ chức các hoạt động dạy học nội dung này, tập trung vào hoạt động khởi động và hình thành kiến thức theo hướng trực quan, sinh động và logic. Kết quả phân tích cùng các minh họa cụ thể cho thấy việc ứng dụng GeoGebra trong dạy học chủ đề Thể tích khối tròn xoay không chỉ giúp HS dễ dàng quan sát, hình dung và hiểu rõ bản chất của công thức tính thể tích bằng tích phân mà còn mở rộng cơ hội đổi mới cách thức tổ chức hoạt động học tập theo hướng tăng cường tính chủ động, sáng tạo của người học. Việc tích hợp công nghệ nói chung và phần mềm GeoGebra nói riêng trong dạy học Toán hiện nay là một xu thế tất yếu, góp phần chuyển vai trò của HS từ thụ động tiếp nhận kiến thức sang chủ động khám phá, kiến tạo tri thức, phù hợp với định hướng phát triển năng lực theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018. Do đó, việc tiếp tục nghiên cứu và khai thác sử dụng GeoGebra vào các nội dung toán học khác sẽ mang lại nhiều đổi mới tích cực trong giảng dạy và học tập môn Toán, điều này không chỉ góp phần nâng cao chất lượng dạy học ở các trường phổ thông mà còn thúc đẩy quá trình chuyển đổi số trong giáo dục hiện nay.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được thực hiện trong khuôn khổ đề tài khoa học công nghệ cấp cơ sở của Trường Đại học Quy Nhơn với mã số T2025.904.24.

Tài liệu tham khảo

- [1] Borji, V., & Martínez-Planell, R. (2023), *On students' understanding of volumes of solids of revolution: An APOS analysis (Sự hiểu biết của sinh viên về thể tích khối tròn xoay: Một phân tích APOS)*, The Journal of Mathematical Behavior (Tạp chí Hành vi Toán học), 70, 101027.
- [2] Caridade, C. M. R. (2020), *STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) education to teach solids of revolution. In ICERI2020 Proceedings (Giáo dục STEM (Khoa học, Công nghệ, Kỹ thuật và Toán học) dạy học khối tròn xoay. Trong Kỳ yếu hội thảo ICERI2020)*, pp. 374-381. IATED.
- [3] Çekmez, E. (2023), *Investigation of the effect of computer-supported instruction on students' achievement on optimization problems (Khảo sát tác động của giảng dạy hỗ trợ bằng máy tính đến thành tích của học sinh trong các bài toán cực trị)*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology (Tạp chí Quốc tế về Giáo dục Toán học trong Khoa học và Công nghệ), 54(1), 29-45.
- [4] Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008, July), *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In 11th International Congress on Mathematical Education (Dạy và học giải tích với phần mềm Toán học động miễn phí GeoGebra. Trong Hội nghị Quốc tế lần thứ 11 về Giáo dục Toán học) (ICME 11)*.
- [5] Mofolo-Mbokane, B., Engelbrecht, J., & Harding, A. (2013), *Learning difficulties with solids of revolution: classroom observations (Khó khăn trong học tập về khối tròn xoay: Các quan sát trong lớp học)*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology (Tạp chí Quốc tế về Giáo dục Toán học trong Khoa học và Công nghệ), 44(7), 1065-1080.
- [6] Sealey, V. (2014), *A framework for characterizing student understanding of Riemann sums and definite integrals (Một khung phân tích để đặc tả mức độ hiểu biết của học sinh về tổng Riemann và tích phân xác định)*, The Journal of Mathematical Behavior (Tạp chí Hành vi Toán học), 33, 230-245.
- [7] Đỗ Đức Thái (chủ biên, 2024), *Toán 12 - Cánh diều (tập 2)*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- [8] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT, ngày 26/12/2018 ban hành Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*.